

## Cálculo de la impedancia de transformadores utilizando el Método de Elemento Finito

Transformer Impedance Calculation Using the Finite Element Method

Angel R. Hernández Santiago<sup>1</sup>, Rodrigo Ocón Valdez<sup>2</sup>, Mariana Vasquez Cañas<sup>3</sup>,  
Leonardo A. Rico García<sup>4</sup>, Fermín P. Espino Cortés<sup>5</sup>

Arteche North America, MÉXICO

<sup>1</sup>ORCID: 0009-0005-3686-9597 | rodrigo.hernandez@arteche.com

Universidad Nacional Autónoma de México, MÉXICO

<sup>2</sup>ORCID: 0000-0001-7525-1910 | rodrigocon99@aragon.unam.mx

Instituto Politécnico Nacional, MÉXICO

<sup>3</sup>ORCID: 0009-0007-8380-0562 | mvasquezc1800@alumno.ipn.mx

<sup>4</sup>ORCID: 0009-0000-0397-081X | lricog1800@alumno.ipn.mx

<sup>5</sup>ORCID: 0000-0003-4853-7563 | fespino@ipn.mx

Recibido 18/09/2024, aceptado 01/04/2025.

### Resumen

Tanto el diseño como la construcción de transformadores de potencia son tareas complejas, debido a que son máquinas de gran capacidad y que deben proporcionar alta confiabilidad durante su operación dentro del sistema de potencia. Imprecisión en el cálculo de sus parámetros pueden ocasionar fallas inesperadas en la máquina y poner en riesgo el resto del sistema eléctrico. Por esta razón es de gran importancia que los parámetros de diseño del equipo cumplan de manera satisfactoria con las especificaciones particulares y normativas nacionales e internacionales aplicables. En el presente artículo se realiza el cálculo de la impedancia del transformador utilizando el método del elemento finito (MEF) en tres tipos de transformadores: Un transformador de potencia tipo columna monofásico, un transformador de distribución trifásico tipo acorazado, y un transformador monofásico de servicios propios. Se comparan los resultados obtenidos con el MEF contra los obtenidos mediante fórmulas analíticas tradicionales; las cuales arrojan resultados imprecisos para el caso de diseños especiales y con geometrías complejas. Finalmente, los valores calculados son validados con los resultados de las mediciones experimentales realizadas en laboratorio. Se concluye que el Método de Elemento Finito es adecuado para calcular con precisión la impedancia de diferentes tipos de transformadores, especialmente cuando sus geometrías internas son complejas

**Palabras clave:** impedancia del transformador, método de elemento finito, ensayo de corto circuito, impedancia de dispersión.

### Abstract

The design and construction of power transformers are complex tasks because they are high-capacity machines and must provide high reliability during their operation within the power system. Inaccuracy in calculating its parameters can cause unexpected failures in the machine and put the rest of the electrical system at risk. For this reason, it is of great importance that the design parameters of the equipment satisfactorily comply with the particular specifications and applicable national and international standards. In this paper, the calculation of the transformer impedance is conducted using the finite element method (FEM) in three types of transformers: A single-phase core-type power transformer, a three-phase shell-type distribution transformer, and a single-phase self-service transformer. The results obtained with the FEM are compared against those obtained through traditional analytical formulas; which give imprecise results in the case of special designs and complex geometries. Finally, the calculated values are validated with the results of experimental measurements carried out in the laboratory. It is concluded that the Finite Element Method is suitable for accurately calculating the impedance of distinct types of transformers, especially when their internal geometries are complex.

**Index terms:** transformer impedance, finite element method, short circuit test, leakage impedance.

## I. INTRODUCCIÓN

Los transformadores son elementos indispensables en los sistemas eléctricos de potencia, ya que son utilizados para variar la tensión a los diferentes niveles requeridos en las redes de transmisión y distribución. Su correcto diseño y construcción es fundamental para asegurar su buen desempeño y también reducir la posibilidad de que salga de operación por una falla.

El diseño del transformador debe satisfacer las demandas del cliente y garantizar que la construcción de éste sea con valores cercanos a los especificados. Uno de los parámetros de garantía más importantes con los que debe cumplir el diseño de un transformador es el de su impedancia serie, denominada también como impedancia de dispersión o impedancia de corto circuito del transformador.

La impedancia de un transformador es un parámetro que se define desde el inicio del proceso de diseño y tiene un impacto directo en el costo total del equipo, al ser función directa de las dimensiones y geometría de los devanados. Además de que impacta de manera directa en el comportamiento del sistema eléctrico en el que se encuentra; pues, por un lado, se requiere que tenga un valor elevado para que sea capaz de limitar las corrientes de cortocircuito a un nivel razonable y, por el contrario, que sea de un valor razonablemente bajo para mantener la regulación de tensión en un valor aceptable. La impedancia también es un parámetro indicador de la eficiencia del equipo, pues mientras más elevado sea su valor, mayores serán las pérdidas con carga, debido a los mayores flujos magnéticos dispersos internos [1].

Es posible establecer experimentalmente los valores de impedancia y pérdidas en el núcleo de un transformador una vez que éste es construido. Estos parámetros característicos se pueden obtener mediante dos ensayos al transformador: el ensayo de circuito abierto y el ensayo de cortocircuito; sin embargo, durante la etapa de diseño, los fabricantes siempre realizan un cálculo previo de los parámetros del transformador mediante fórmulas tradicionales [13]. Las fórmulas tradicionales no son aplicables en ciertos tipos de diseño y, de utilizarse para una primera aproximación, pueden arrojar valores que no son cercanos a los reales ya medidos en el equipo.

En el presente artículo se realiza el cálculo de la impedancia utilizando el método del elemento finito en tres tipos de transformadores: Un transformador de potencia tipo columna monofásico, un transformador de distribución trifásico tipo acorazado, y un transformador monofásico de servicios propios. Los resultados obtenidos con el MEF son comparados contra los obtenidos mediante fórmulas analíticas tradicionales; las cuales arrojan resultados imprecisos para el caso de diseños especiales y con geometrías complejas. Los valores calculados son validados con los resultados de las mediciones experimentales realizadas durante los ensayos de laboratorio realizadas en fábrica.

La aportación principal del trabajo se centra en evaluar el alcance y la precisión obtenida con el uso de las fórmulas analíticas tradicionales para el cálculo de la impedancia en distintos tipos de diseños comerciales, y demostrar que el método del elemento finito es una alternativa viable y eficiente para realizar el cálculo de impedancia en diseños convencionales y no convencionales, en donde las geometrías de las bobinas son complejas y las formulaciones analíticas resultan imprecisas.

## II. CÁLCULO DE LA IMPEDANCIA DEL TRANSFORMADOR

La impedancia del transformador está constituida por una componente resistiva y una componente reactiva, la componente resistiva representa las pérdidas con carga ( $I^2R$ ) y la componente reactiva al flujo magnético de dispersión de los devanados. El conocimiento de la impedancia del transformador es importante al resolver distintos casos de estudio de circuitos y sistemas en donde es conveniente expresar las cantidades en una base por unidad. La impedancia en por ciento del transformador se define como se muestra en la ecuación (1) [1], [2], [3], [13]:

$$\%Z = \sqrt{(\%R)^2 + (\%X)^2} \quad (1)$$

donde:

%Z = Por ciento de impedancia

%R = Por ciento de resistencia

%X = Por ciento de reactancia de dispersión

A continuación, se describe el cálculo de cada una de estas componentes de la impedancia mediante fórmulas tradicionales y mediante el ensayo de corto circuito.

#### A. Cálculo de la componente resistiva de impedancia del transformador

Conociendo el valor de la resistencia eléctrica en los conductores de los devanados se puede calcular el valor de las pérdidas por efecto Joule y con este valor calcular el por ciento de resistencia con la ecuación (2) [1]:

$$\%R = \frac{P_{cc}}{10 \times kVA} \quad (2)$$

donde:

$P_{cc}$  = Pérdidas por fase por efecto Joule presentes en los devanados de A.T. y B.T. [W]

$kVA$  = Capacidad del transformador por fase [kVA]

Normalmente la resistencia del transformador se corrige a la temperatura de operación del equipo.

#### B. Cálculo de la reactancia de dispersión por fórmula tradicional

Para el cálculo de la reactancia de dispersión, para transformadores con bobinas concéntricas se tiene la ecuación empírica (3) [1]:

$$\%X = \frac{\left(\frac{kVA}{f_{ase}}\right) \left(\frac{f}{60}\right) V_m \gamma}{22.14 \alpha N_{ab} Vt^2} \quad (3)$$

donde:

$f$  = frecuencia [Hz]

$Vt$  = Volts por vuelta

$N_{ab}$  = Número de espacios entre alta - baja

$V_m$  = Promedio de las longitudes de las vueltas medias de B.T. y A.T.

$kVA/fase$  = Capacidad por fase del transformador en kVA.

Para incluir en el cálculo el recorrido del flujo de dispersión en el transformador, se calculan las siguientes constantes con las ecuaciones (4) y (5) [1]:

$$\gamma = ((a + c)/3) + b \quad (4)$$

$$\alpha = (a + b + c)/3 + (h + l)/2 \quad (5)$$

donde:

a: Espesor promedio del devanado de baja tensión [mm]

b: Espesor promedio del espacio entre el devanado de baja y alta tensión [mm]

c: Espesor promedio del devanado de alta tensión [mm]

h: Altura del devanado de baja tensión [mm]

l: Altura del devanado de alta tensión [mm]

### C. Cálculo de la impedancia del transformador por medio del ensayo de corto circuito

El ensayo de cortocircuito se basa en la Norma Mexicana NMX-J-169-ANCE-2015 y en la norma internacional IEEE Std. C57.12.90-2021 con el objeto de establecer especificaciones, parámetros y métodos para el ensayo.

A partir de realizar mediciones en el ensayo de cortocircuito, es posible determinar los valores de los datos que conforman el circuito equivalente del transformador. Además, el ensayo tiene como finalidad comprobar que los valores obtenidos en las mediciones están de acuerdo con las especificaciones y normativas requeridas.

- 4 El ensayo consiste en cortocircuitar el devanado secundario e ir aplicando progresivamente una tensión primaria (tensión de impedancia  $V_{CC}$ ) hasta alcanzar la circulación de la corriente nominal ( $I_{CC}$ ) teniendo el devanado secundario cortocircuitado [4].

La tensión de impedancia está definida por una componente resistiva, relacionada con las pérdidas debido a la carga y una componente reactiva relacionada al flujo disperso inducido en los devanados debido a la caída en la reactancia de dispersión.

Como se observa en el circuito de la Fig. 1, para el caso de un transformador monofásico, se colocan los siguientes aparatos de medición: Ampérmetro, Voltmetro y Wáttmetro, con el fin de medir y registrar los siguientes parámetros: la tensión  $V_{CC}$ ; la corriente  $I_{CC}$  y la potencia de corto circuito ( $P_{CC}$ ) [4].

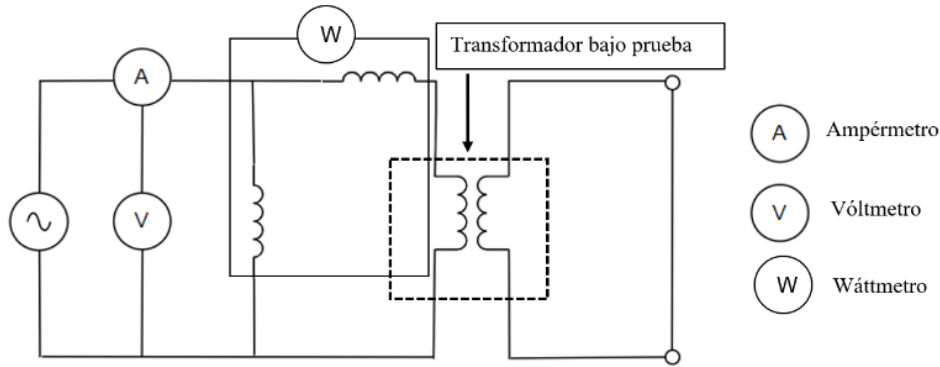


Fig. 1. Diagrama de conexión para el ensayo de cortocircuito en un transformador monofásico [4].

La tensión de entrada aplicada en el ensayo es de un valor tan bajo que la corriente en la rama de excitación se puede despreciar, en tal caso, si se anula la corriente de excitación la caída de tensión total corresponde a la impedancia del transformador. Por lo que, a partir de los valores obtenidos en las mediciones realizadas, se calcula la impedancia del transformador referida al lado primario, como se muestra en el siguiente desarrollo [4], [13]:

El factor de potencia queda definido como se muestra en la ecuación (6):

$$F.P. = \cos \theta = \frac{P_{CC}}{V_{CC} I_{CC}} \quad (6)$$

Al estar en retraso, el ángulo de la corriente es negativo y el ángulo de la impedancia da un valor positivo que se calcula con la expresión 7:

$$\theta = \cos^{-1}(F.P.) \quad (7)$$

Que junto con la tensión y corriente permiten calcular la impedancia del transformador o de cortocircuito mediante la expresión (8):

$$Z_{CC} = \frac{V_{CC} \angle 0^\circ}{I_{CC} \angle -\theta^\circ} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \angle \theta^\circ \quad (8)$$

La forma rectangular de la impedancia del transformador es igual a la expresión (9):

$$Z_{CC} = R_{CC} + jX_{CC} \quad (9)$$

donde:

$V_{CC}$  = Tensión de entrada [V]

$I_{CC}$  = Corriente de entrada [A]

$P_{CC}$  = Potencia de entrada [W]

$Z_{CC}$  = Impedancia del transformador [ $\Omega$ ]

$R_{CC}$  = Parte resistiva de impedancia del transformador [ $\Omega$ ]

$X$  = Reactancia de dispersión del transformador [ $\Omega$ ]

Finalmente, para el cálculo de la impedancia en por ciento, como se suele especificar, se divide la impedancia obtenida en forma polar entre la impedancia base, como se muestra en la siguiente expresión (10) [4]:

$$\%Z = (Z_{CC} \text{ en forma polar sin ángulo}) (100) / (Z_{Base A.T.}) \quad (10)$$

donde la impedancia base se calcula con la expresión (11):

$$Z_{Base A.T.} = (Tensión \text{ en el devanado primario})^2 / (Capacidad \text{ en kVA}) \quad (11)$$

Para el caso de transformadores trifásicos, distintas opciones para el circuito de medición y procedimiento del cálculo de la impedancia del transformador pueden ser consultadas en [5].

#### D. Cálculo de la impedancia del transformador por medio del método del elemento finito

Utilizando el paquete comercial COMSOL® Multiphysics, basado en el método del elemento finito, se calcula el valor de la impedancia reproduciendo el ensayo de cortocircuito en el modelo del transformador. Para esta simulación, se cortocircuita el devanado de secundario y se le suministra el valor de la corriente nominal al primario. Se obtiene la tensión en las terminales del primario, y conocido el valor de la corriente nominal, se realiza el cálculo de la impedancia. El diagrama de flujo de la Fig. 2 muestra de manera resumida el procedimiento a seguir para el cálculo de la impedancia del transformador mediante el uso de COMSOL.

El problema se resuelve como un fenómeno electromagnético cuasi estacionario a frecuencia del sistema (60 Hz), utilizando la interfaz de Campos Magnéticos en el dominio de la frecuencia de COMSOL, donde las ecuaciones a resolver mediante el método del elemento finito son:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (12)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (13)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} \quad (15)$$

donde:

$\omega$ : Frecuencia angular [rad/s]

$\sigma$ : conductividad [S/m]

$\mathbf{H}$ : Intensidad de campo magnético [A/m]

$\mathbf{J}$ : Densidad de corriente [A/m<sup>2</sup>]

$\mathbf{B}$ : Densidad de flujo magnético [T]

$\mathbf{E}$ : Intensidad de campo eléctrico [V/m]

$\mathbf{A}$ : Potencial vectorial magnético [Wb/m]

6

En la interfaz de campos magnéticos y eléctricos de la versión de COMSOL utilizada en este trabajo se cuenta con la herramienta COIL o BOBINA, la cual permite simplificar la configuración de modelos electromagnéticos de bobinas y conductores de baja frecuencia. Para las simulaciones en este trabajo, el campo magnético es generado por corrientes eléctricas que fluyen en materiales conductores por lo que esta herramienta es adecuada para definir el modelo de los devanados de manera fácil y para diferentes estructuras, permitiendo traducir cantidades distribuidas (densidades de corriente y campos eléctricos) en cantidades concentradas (corrientes y tensiones).

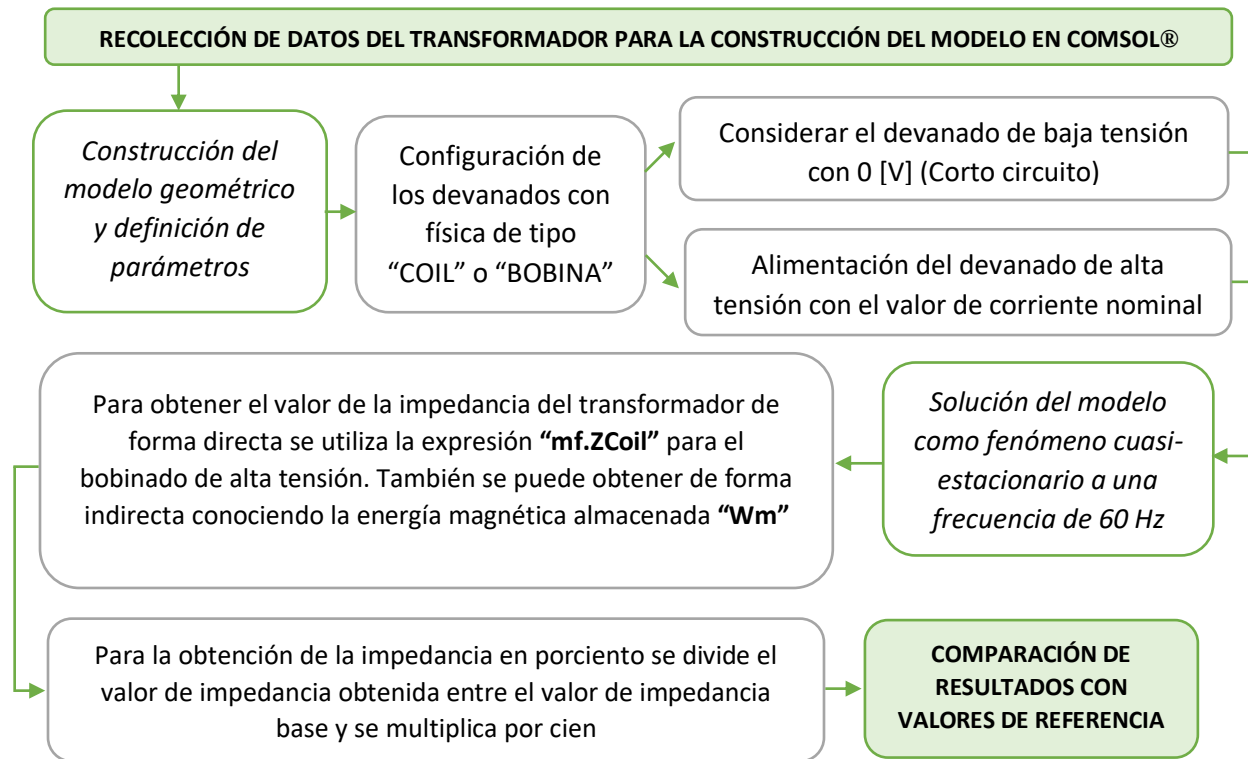


Fig. 2. Diagrama de flujo de los pasos de la metodología empleada para el cálculo de la impedancia del transformador mediante COMSOL.

Dependiendo de la geometría del núcleo y devanados del transformador, cuando existe simetría axial de núcleo y devanados, se tienen dos opciones para simular el problema: como una geometría axial-simétrica en 2D y como una geometría en 3D. En el caso de 3D, también es útil considerar cualquier plano de simetría para reducir el modelo geométrico y así disminuir los recursos computacionales necesarios para resolver el problema.

### III. CASOS DE APLICACIÓN

A continuación, se obtiene el valor de la impedancia de tres tipos de transformador empleando la fórmula 1, 2 y 3, y mediante un modelo resuelto por medio del método del elemento finito. Para el caso del transformador monofásico de potencia se corroborará la exactitud del resultado obtenido del ensayo de corto circuito de acuerdo con la norma NMX – J – 284 – ANCE – 2018 [6]. La norma establece que la impedancia del transformador medida debe tener una diferencia máxima de hasta  $\pm 7.5 \%$  del valor requerido por el cliente. Lo anterior se verifica para dos de los casos analizados, en el caso del transformador de distribución no se realizó el ensayo de corto circuito en laboratorio.

7

#### A. Caso 1: Transformador monofásico de potencia

El transformador de potencia de este caso es de tipo columnas, clase ONAN/ONAF/ONAF y correspondientes potencias de 27.333/36/45.33 MVA, monofásico, 60 Hz, 65°C, devanado de A.T de 230 kV/ $\sqrt{3}$   $\pm 9$  (1.25%); devanado de B.T de 34.5 kV, con conexión en banco estrella – delta. En la Fig.3 se muestra este transformador.



Fig. 3. Transformador de potencia monofásico del Caso 1.

El transformador cuenta con dos piernas en las cuales se encuentra un devanado de alta tensión y un devanado de baja tensión por cada una de éstas, en la Fig.4 se muestra el esquema en 2D del arreglo que tiene cada pierna.

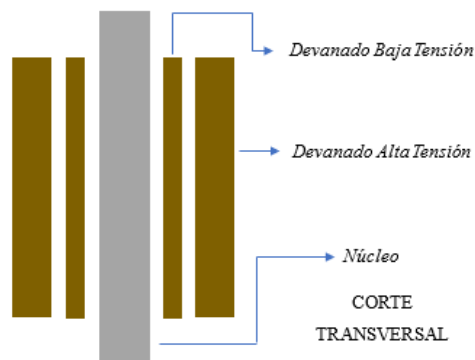


Fig. 4. Arreglo de los devanados de alta y baja tensión.

Las bobinas de alta tensión se componen de dos partes en paralelo por cada pierna y a su vez se conectan en paralelo ambas piernas, véase Fig. 5, cada vuelta está formada por 2 soleras rectangulares de cobre.

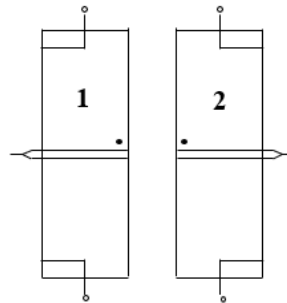


Fig. 5. Arreglo en paralelo de las bobinas de alta tensión en las dos piernas.

Para el caso de las bobinas de baja tensión se tiene una bobina por pierna y ambas se conectan en serie entre sí, como se muestra en la Fig. 6. Cada vuelta está formada por 38 soleras rectangulares de cobre

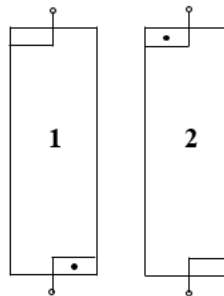


Fig. 6. Arreglo en serie de las bobinas de baja tensión en las dos piernas.

La parte activa (núcleo y devanados) del transformador monofásico de potencia se muestra en la Fig. 7a, en la Fig. 7b se presenta el modelo tridimensional del mismo. La distribución de densidad de flujo magnético durante la simulación del ensayo de corto circuito se presenta en la Fig. 8(a) para el modelo considerando una geometría 2D axialsimétrica y en la Fig. 8(b) para el modelo en 3D. Los resultados obtenidos para la impedancia del transformador mediante las fórmulas tradicionales, mediante el método del elemento finito (en 2D y 3D) así como los resultados obtenidos en el ensayo de cortocircuito se presentan en la Tabla 1.

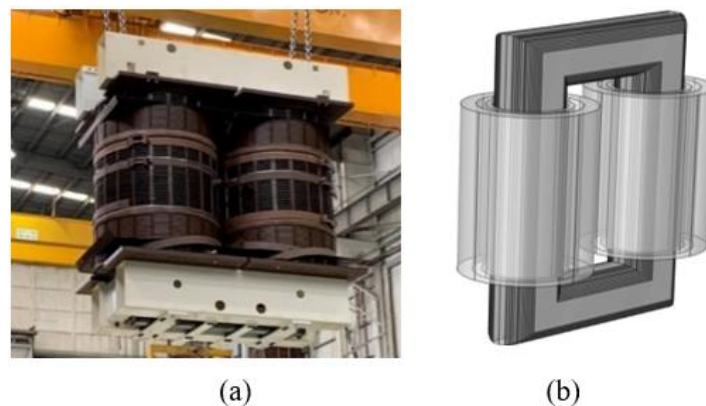
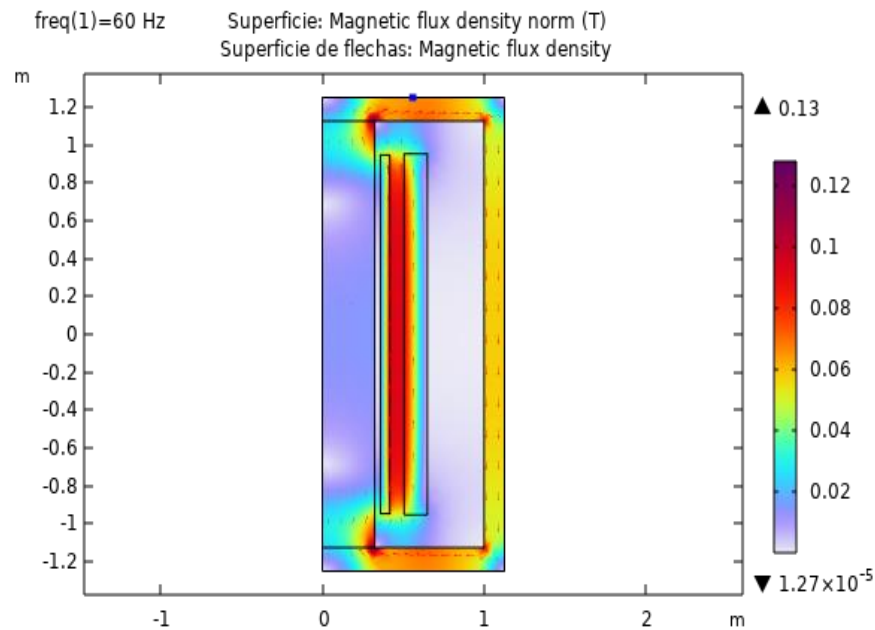


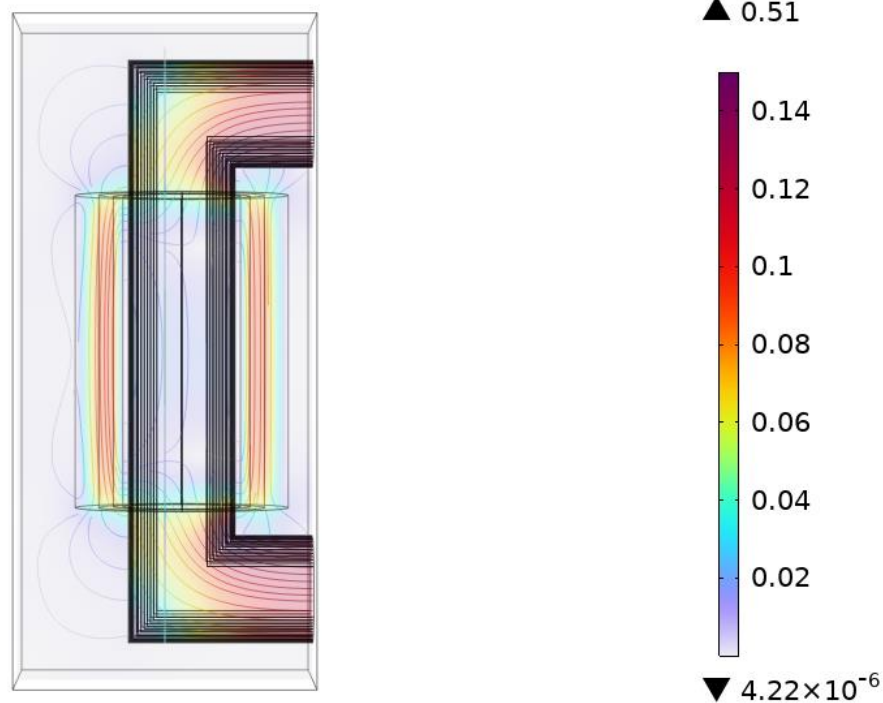
Fig. 7. Transformador de potencia monofásico. (a) Construcción del transformador, (b) modelo tridimensional en COMSOL.

9



(a)

Densidad de Flujo Magnético [T]



(b)

**Fig. 8.** Resultados de la distribución de la densidad de flujo magnético durante la simulación del ensayo de corto circuito. (a) Modelo del transformador monofásico de potencia en 2D axialsimétrico, (b) Modelo del transformador monofásico de potencia en 3D.

TABLA 1  
COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL PORCIENTO DE IMPEDANCIA.  
CASO 1: TRANSFORMADOR MONOFÁSICO DE POTENCIA.

| Método de cálculo                                                                                                                                                                                                                                                 | Porcentaje de impedancia (%) | Diferencia respecto al valor real (%) | Diferencia respecto al valor requerido (%) |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------|
| Simulación 2D                                                                                                                                                                                                                                                     | 7.82                         | 0.85                                  | 2.25                                       |
| Simulación 3D                                                                                                                                                                                                                                                     | 7.80                         | 1.80                                  | 2.5                                        |
| Fórmula analítica tradicional                                                                                                                                                                                                                                     | 7.71                         | 2.20                                  | 3.6                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>El valor real es obtenido en laboratorio durante el ensayo de cortocircuito: 7.89%</li> <li>El valor de impedancia requerido por el cliente: 8%</li> <li>Diferencia entre el valor medido y el requerido: 1.37%</li> </ul> |                              |                                       |                                            |

Como se puede ver en la Tabla 1, el resultado del cálculo con fórmulas tradicionales presenta mayor diferencia que los calculados con el MEF respecto a el valor medido y al valor requerido. El valor medido difiere solo 1.37% respecto al valor requerido, porcentaje considerablemente menor al 7.5% especificado como diferencia máxima en estándares.

#### B. Caso 2: Transformador trifásico de distribución.

El transformador de distribución de este caso es el que se presenta en [1], en la Fig. 9 se presenta un transformador de este tipo. Las especificaciones son: transformador trifásico tipo poste de 75kVA, 13200/220-127V, 60Hz, 65°C y conexión  $\Delta$ -Y.



Fig. 9. Transformador trifásico de distribución tipo poste del Caso 2. (vista exterior y conjunto núcleo-bobinas).

La Fig. 10 muestra el resultado de distribución de densidad de flujo magnético obtenido con el MEF durante la simulación del ensayo de corto circuito.

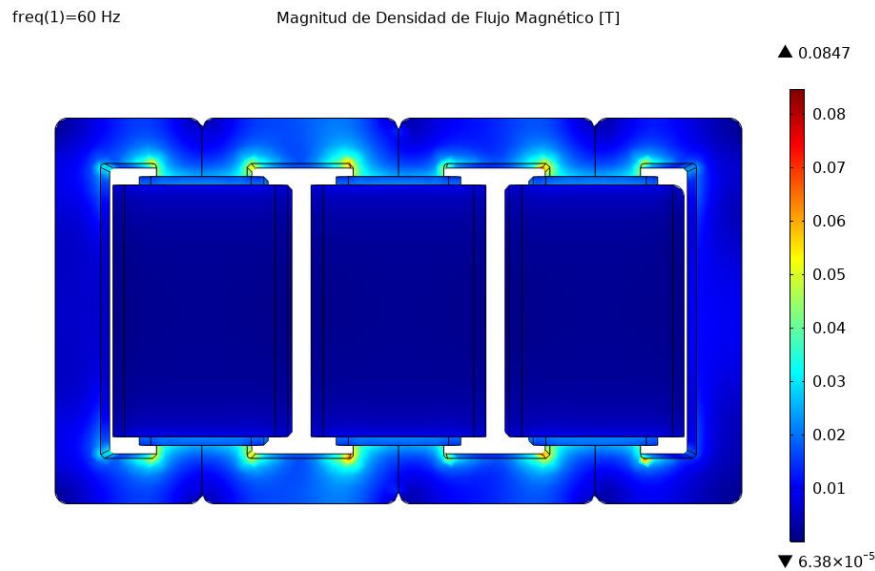


Fig. 10. Resultados de la distribución de densidad de flujo magnético en el transformador de distribución durante el ensayo de corto circuito.

En la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos para la impedancia del transformador mediante las fórmulas tradicionales y mediante el método del elemento finito (3D). En este diseño no es posible utilizar una geometría en 2D por la forma rectangular del núcleo y devanados del transformador. En este caso no fue posible contar con los resultados del ensayo de cortocircuito. Mientras que el valor de referencia es el límite inferior del 2% especificado por norma [1].

TABLA 2  
COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL PORCENTAJE DE IMPEDANCIA  
CASO 2: TRANSFORMADOR TRIFÁSICO DE DISTRIBUCIÓN.

| Método de cálculo                                                            | Porcentaje de impedancia (%) |        |        | Diferencia respecto al valor recomendado (%) |
|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|--------|--------|----------------------------------------------|
|                                                                              | Fase A                       | Fase B | Fase C |                                              |
| Simulación 3D en COMSOL® Multiphysics                                        | 2.03                         | 2.02   | 2.02   | 1.5                                          |
| Fórmula analítica tradicional                                                |                              | 1.96   |        | 2                                            |
| Valor límite recomendado por norma: 2 a 3% (se considera en este caso el 2%) |                              |        |        |                                              |

Como se puede ver en la Tabla 2, si se considera como referencia el valor límite inferior recomendado del 2% de impedancia, el cálculo por el MEF presenta una diferencia menor con respecto al valor calculado por fórmulas tradicionales.

### C. Caso 3. Transformador de servicios propios.

Los transformadores de servicios propios son aquellos cuyo primario se conecta a la fase de una línea de alta tensión proporcionando energía a una tensión secundaria reducida, menor o igual a 480 V, hasta una potencia nominal de 300 kVA. Su principal función es alimentar los servicios propios de subestaciones eléctricas o suministrar energía en baja tensión para la distribución de carga rural [7]. En la Fig. 11 se muestra un transformador de servicios propios.



Fig. 11. Transformador de servicios propios del Caso 3 [12].

El transformador bajo estudio corresponde a un equipo clase ONAN, 25 kVA, 1Ø, 60 Hz, 65°C, 1000 m.s.n.m, A.T. 138 kV /  $\sqrt{3}$ ; B.T. 240 V / 120 V – 120 V. El diseño considera un núcleo tipo acorazado en donde los devanados de alta y baja tensión se encuentran localizados en la pierna central teniendo una configuración como se muestra en la Fig. 12.

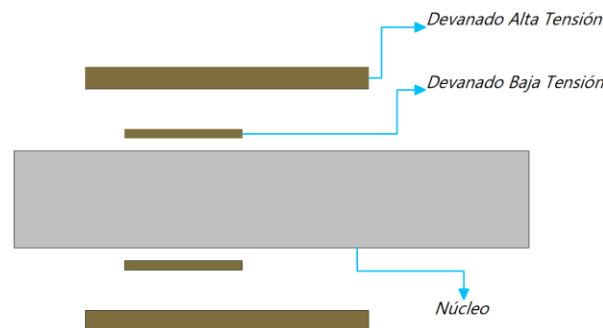


Fig. 12. Arreglo de los devanados de alta y baja tensión.

El devanado de alta tensión está dividido en una serie de discos conectados en serie para distribuir el potencial eléctrico de forma gradual, mientras que el devanado de baja tensión está conformado por dos secundarios tipo helicoidales en forma concéntrica que pueden conectarse en serie, en paralelo o disponer de voltajes independientes de 120 V.

El modelo de simulación consideró cada disco del devanado primario con sus respectivas vueltas, el devanado secundario se consideró separado en los dos devanados, como se muestra en la Fig. 13. En la Fig. 14 se presenta la distribución de la densidad de flujo durante el ensayo de cortocircuito. Aprovechando la simetría de la

geometría, solo se resolvió la mitad del modelo. Los resultados del cálculo de la impedancia por medio de fórmulas tradicionales y con el método del elemento finito (en 2 y 3 dimensiones) se presentan en la Tabla 3. Al comparar estos resultados con el obtenido con el ensayo de cortocircuito, es claro que el cálculo con fórmulas tradicionales no cumple con la diferencia máxima recomendada, pues la diferencia es del 15.21%. Los valores con el MEF en 2D y 3D presentan una diferencia considerablemente menor respecto al medido.

Se considera que la diferencia tan grande que se tiene entre el valor medido y el valor calculado por la fórmula tradicional se debe a dos causas, la diferencia considerable entre devanados de alta y baja en cuanto altura del devanado, y el que los devanados no estén centrados uno respecto al otro sobre la pierna del núcleo. El efecto de lo anterior se puede ver en la distribución del campo magnético en los extremos del devanado de baja tensión que se muestra en la Fig. 15, la componente radial del flujo disperso entre devanados se incrementa en esta sección, la fórmula analítica utilizada para el cálculo de la reactancia de dispersión (X) solo considera la existencia de la componente axial del flujo.

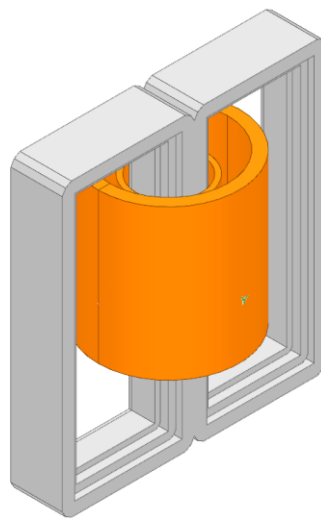


Fig. 13. Modelo 3D simplificado para análisis.

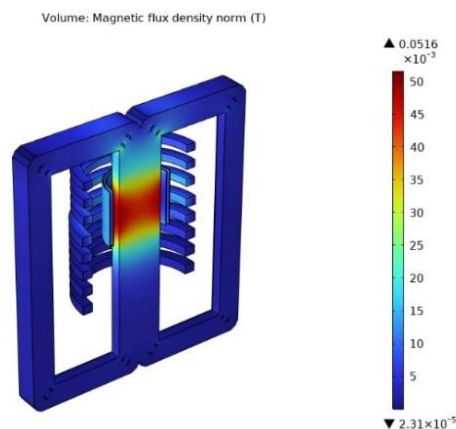


Fig. 14. Distribución de la densidad de flujo durante el ensayo de cortocircuito.

TABLA 3  
COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL PORCIENTO DE IMPEDANCIA  
CASO 3: TRANSFORMADOR DE SERVICIOS PROPIOS

| Método de cálculo                                                                 | Porcentaje de impedancia (%) | Diferencia respecto al valor requerido % |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| Simulación 2D                                                                     | 3.5280                       | -3.34                                    |
| Simulación 3D                                                                     | 3.5095                       | -2.83                                    |
| Fórmula analítica tradicional                                                     | 2.8914                       | 15.21                                    |
| El valor real es obtenido en laboratorio durante el ensayo de cortocircuito 3.41% |                              |                                          |
| El valor requerido por el cliente es solo especificado como menor al 12%          |                              |                                          |

14

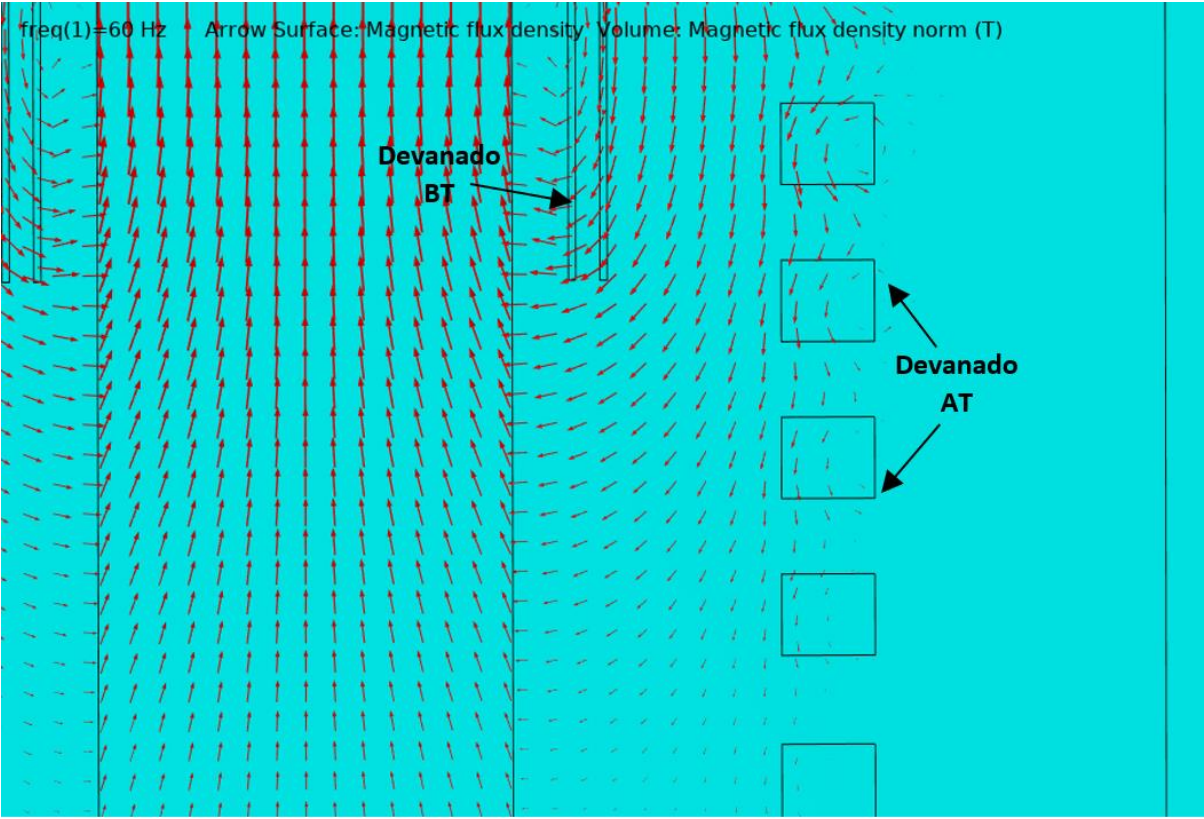


Fig. 15. Comportamiento del campo magnético en el extremo del devanado de baja tensión (BT).

#### IV. CONCLUSIONES

Respecto a los diseños del transformador de potencia monofásico y el transformador trifásico de distribución, los valores calculados para de la impedancia usando las fórmulas tradicionales y el cálculo con el MEF arrojan valores similares y satisfactorios respecto a los valores reales, medidos en laboratorio durante el ensayo de corto circuito; aunque se resalta el hecho de que el MEF ofrece mayor precisión en el cálculo respecto a los valores medidos.

15

Para el caso del transformador de servicios propios la diferencia de las fórmulas tradicionales con respecto al valor real obtenido en el ensayo de corto circuito no es aceptable; pues alcanza una diferencia del 15%. En este tipo de diseños donde los devanados tienen variaciones significativas respecto a las geometrías típicas (geometrías complejas), el cálculo por el MEF resulta ser la mejor opción al comparar contra los valores medidos en laboratorio.

Después de analizar diferentes tipos de diseños comerciales, se concluye que el cálculo de impedancia con el método de elemento finito es adecuado para calcular con precisión la impedancia serie del transformador, especialmente cuando sus geometrías internas son complejas. En casos donde las geometrías son convencionales es posible la aplicación de formulaciones analíticas, pero considerando que la precisión del cálculo alcanzada es menor que con el uso de MEF.

Para el caso de diseños de transformadores especiales con reconexiones internas y operación a diferentes niveles de tensión (reconectables), el cálculo preciso de la impedancia es fundamental para garantizar la correcta calibración y operación de los esquemas de protección. Aquí, el MEF nuevamente se plantea como una opción para realizar cálculos precisos y este tema se tratará en un proyecto derivado del presente trabajo y que será documentado en futuras publicaciones.

##### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: ARHS, ROV; Metodología: ROV, FPEC; Software: ARHS, FPEC; Investigación: MVC, LARG; Redacción y preparación del borrador original: MVC, LARG; Redacción, revisión y edición: ROV, FPEC; Supervisión: FPEC; Análisis formal: ARHS, ROV; Administración del proyecto: FPEC; Adquisición de fondos: FPEC.

**Financiamiento:** Los autores declaran que parte del proyecto se financió gracias a los proyectos SIP 20230566 y 20240900

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen al IPN y SIP por los apoyos otorgados

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

#### REFERENCIAS

- [1] P. Avelino Pérez, *Transformadores de distribución. Teoría, cálculo, construcción y pruebas*, México: Reverté, 3ª ed., 2020.
- [2] S. V. Kulkarni, S. A. Khaparde, *Transformer engineering: design, technology, and diagnostics*, USA: CRC press, 2a ed., 2017.
- [3] F. Zhu, B. Yang, *Power Transformer Design Practices*, USA: CRC Press, 2021.
- [4] Asociación de Normalización y Certificación A.C., *PROY-NMX-J-169-ANCE-2015, Transformadores y Autotransformadores de Distribución y Potencia – Métodos de Prueba*. Industria Eléctrica, 2017. Available: <https://platiica.economia.gob.mx/normalizacion/nmx-j-169-ance-2015/>
- [5] A. Carlson, et al., *Testing of Power Transformers, Routine tests, Type tests and Special tests*, Canada: ABB, 2003.
- [6] Asociación de Normalización y Certificación A.C., *NMX-J-284-ANCE-2018, Transformadores y autotransformadores de potencia-Especificaciones (Cancela a la NMX-J-284-ANCE-2012)*. Industria Eléctrica, 2018. Available: [https://www.dof.gob.mx/normasOficiales/7518/seeco3a15\\_C/seeco3a15\\_C.html](https://www.dof.gob.mx/normasOficiales/7518/seeco3a15_C/seeco3a15_C.html)

- [7] Comisión Federal de Electricidad, *Transformadores Reductores para Servicios Propios y Auxiliares, Especificación CFE K0000-26*, 2012.
- [8] I. L. Kosow, *Electric Machinery and Transformers*, New Jersey, USA: Prentice-Hall, 1972.
- [9] J. J. Winders, *Power Transformers Principles and Applications*, USA: CRC Press, 2019.
- [10] R. M. Vecchio, B. Poulin, P. T. Feghali, D. M. Shah, R. Ahuja, *Transformer Design Principles*, USA: CRC Press, 2018.
- [11] V. M. Jimenez, V. J. Fernández, J. C. Olivares, R. Ocón, "Short-Circuit Impedance Calculation of 25 MVA Autotransformer with Tertiary Winding using FEM," *IEEE Latin American Transactions*, vol. 21, no. 3, 2023, doi: <https://doi.org/10.1109/TLA.2023.10068838>
- [12] Artech North America, *Serie UTP - Transformadores de Tensión para Servicios*, 2025, (05 de marzo). Serie UTP - Transformadores de Tensión para Servicios Auxiliares.
- [13] A. R. Hernández Santiago, E. Ramírez Cazarez, "Station Service Voltage Transformer Impedance Calculation Using the Finite Element Method Compared with Measurements," *2024 9th International Youth Conference on Energy (IYCE)*, Colmar, France, 2024, pp. 1-4. doi: <https://doi.org/10.1109/IYCE60333.2024.10634948>