

## Aplicación de un algoritmo evolutivo en el estudio del contenido de actínidos menores en celdas de combustible de un reactor de agua en ebullición

An application of an evolutionary algorithm in the study of a boiling water reactor fuel lattices with minor actinides

José Luis Montes Tadeo<sup>1</sup>, Eduardo Martínez Caballero<sup>2</sup>, José Ramón Ramírez Sánchez<sup>3</sup>

Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, Departamento de Sistemas Nucleares, Estado de México, MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0001-5892-5207 | joseluis.montes@inin.gob.mx

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-1790-2521 | eduardo.martinez@inin.gob.mx

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-9203-0834 | ramon.ramirez@inin.gob.mx

Recibido 07/02/2025, aceptado 10/04/2025.

### Resumen

En este trabajo, se presenta un método para diseñar neutrónicamente celdas de combustible para un reactor de agua en ebullición. Los diseños generados incluyen un vector de actínidos menores que se incorporan en alguna de las posiciones de un arreglo típico de 10×10 varillas del combustible. Este vector se forma por concentraciones de neptunio, americio y curio. Las variables de decisión para el problema de diseño de este tipo de celdas fueron el enriquecimiento promedio en U-235 (w/o), la concentración de trióxido de gadolinio Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (w/o), el factor de multiplicación neutrónica en un medio infinito (k-infinito) y el factor de pico de potencia local de la celda de combustible. Además, se asumen como condiciones de búsqueda una fracción de vacíos (%) fija, la ausencia de barra de control, y la temperatura del combustible, entre otras. Las restricciones consideradas sobre las variables de decisión establecieron que el factor de multiplicación de neutrones en un medio infinito (k-infinito) debía estar dentro del intervalo de ±100 pcm con respecto al valor de referencia; el enriquecimiento promedio de la celda debe estar por debajo del valor de referencia en no más de 1% con respecto al valor de la celda de referencia; una condición similar se asume para la concentración de veneno neutrónico quemable, éste debe estar dentro del intervalo definido por ± 1.0% respecto del valor de referencia; el factor de pico local de potencia no debe ser más grande que el valor de referencia asumido. Se utiliza el código CASMO4 para la simulación de las celdas de combustible durante el proceso de diseño. Las celdas generadas satisfacen cada una de las restricciones de diseño aplicadas en esta aproximación de solución al problema de diseño de celdas de combustible, cuando algunas de sus posiciones dentro del arreglo incluyen de manera selectiva concentraciones de actínidos menores.

**Palabras clave:** Actínidos menores, celda de combustible, CASMO4.

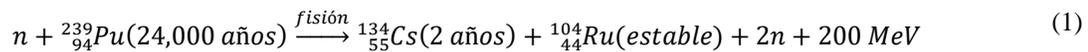
### Abstract

In this work, a method for carrying out the neutronic design of a boiling water reactor fuel lattices is shown. Generated designs include a vector of minor actinides that was added in one of the positions of a typical 10×10 fuel assembly. This vector is composed of neptunium, americium and curium concentrations. The decision variables used in this design process were the average enrichment of U-235 (w/o), the concentration of tri-oxide of gadolinium Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (w/o), neutronic multiplication factor in an infinite medium (k-infinity), and the local power peaking factor of the fuel lattice. In addition to, a fixed average void fraction (%), not presence of control rod, and the temperature of fuel, among other are assumed as search conditions. The considered restrictions on decision variables, established that k-infinity must be into the interval of ±100 pcm with respect to reference value; the average enrichment of fuel lattice must be under the reference fuel enrichment but not less than 1.0% with respect to the reference lattice; a similar restriction is also assumed for neutronic burnable poison concentration, it must be inside the range defined by ± 1.0% around reference value; local power peaking factor must not be greater than assumed reference. CASMO4 code was used for carrying out the simulation of fuel lattices through the designing process. Obtained fuel lattices fulfilled each one of the restrictions applied in this solution approach to fuel lattice design problem, when some of positions inside the array may selectively include concentrations of minor actinides.

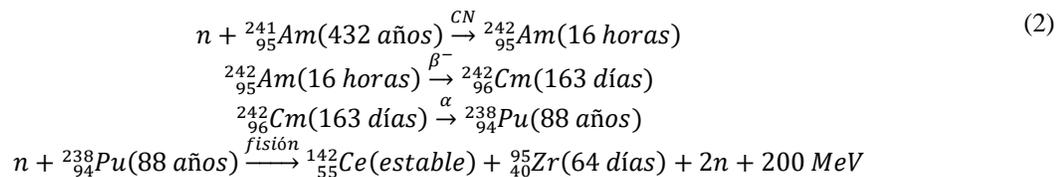
**Index terms:** Minor actinides, fuel lattice, CASMO4.

## I. INTRODUCCIÓN

Los actínidos resultantes de utilizar el dióxido de uranio (UO<sub>2</sub>) como combustible para los reactores nucleares de potencia están conformados por el Plutonio (Pu), Neptunio (Np), Americio (Am), Curio (Cm) y otros actínidos transuránicos. Estos constituyen el grupo de residuos que ofrece mayores dificultades de gestión, ya que son materiales altamente radiactivos y pueden tener interés proliferante para la fabricación de armas. Además, generan importantes cantidades de calor por radiactividad y se mantienen activos por períodos muy largos de tiempo, desde miles hasta cientos de miles de años. La gestión de los actínidos menores (como el Np, Am y Cm) es uno de los puntos fundamentales que deben ser analizados. Con el fin de disminuir considerablemente el inventario de actínidos menores del combustible nuclear gastado, se debe considerar el reciclado de estos, con el objetivo de transmutarlos por medio de la fisión o captura neutrónica a isótopos estables, o con vidas medias más cortas. El proceso fundamental para realizar la transmutación de elementos transuránicos es la fisión inducida por neutrones. Tras absorber un neutrón, un núcleo de gran masa atómica se divide en dos núcleos más pequeños generando nuevos neutrones y liberando energía (~200 MeV). Este proceso puede transformar los actínidos de larga vida en fragmentos de fisión de vida mucho más corta. Un ejemplo de transmutación por fisión es el siguiente:



A veces son necesarias varias reacciones nucleares de captura neutrónica y decaimiento radiactivo antes de que se produzca la fisión, como en el ejemplo siguiente:



En otras ocasiones, las reacciones nucleares son del tipo (n, 2n), sin ningún efecto práctico directo desde el punto de vista de reducción de la radiactividad. Sin embargo, estas reacciones pueden transformar un material fértil en otro fisible, con mayor probabilidad de ser fisionado. Bajo irradiación neutrónica se pueden recorrer todos los posibles caminos, aunque con distintas probabilidades, dependiendo del flujo de neutrones. Ello da lugar a un amplio conjunto de reacciones nucleares. Se considera completa la transmutación de un actínido cuando al final de una cadena se produce una fisión. Después de cada fisión, los nuevos neutrones pueden utilizarse para inducir más transmutaciones, y la energía producida para generar electricidad [1].

Se ha propuesto que, además del uso del plutonio, los actínidos menores pudieran utilizarse en un reactor de potencia. Ya se han realizado pruebas en las cuales se ha utilizado el americio como combustible [2]. En principio, sería posible obtener energía de la fisión de cualquier núcleo de actínido. Con un meticuloso diseño del combustible, se pueden consumir cierta cantidad de los actínidos presentes en él. Los actínidos menores pueden incorporarse al combustible nuclear como óxidos, aleaciones, o en forma heterogénea, contenidos en materiales inertes [3].

En la Fig. 1 se muestran los decaimientos  $\alpha$ ,  $\beta^-$  y CN de los actínidos y en la Tabla 1 se dan los valores de las secciones eficaces microscópicas de fisión y CN para energías térmicas del neutrón, así como la vida media de los actínidos [4].

3

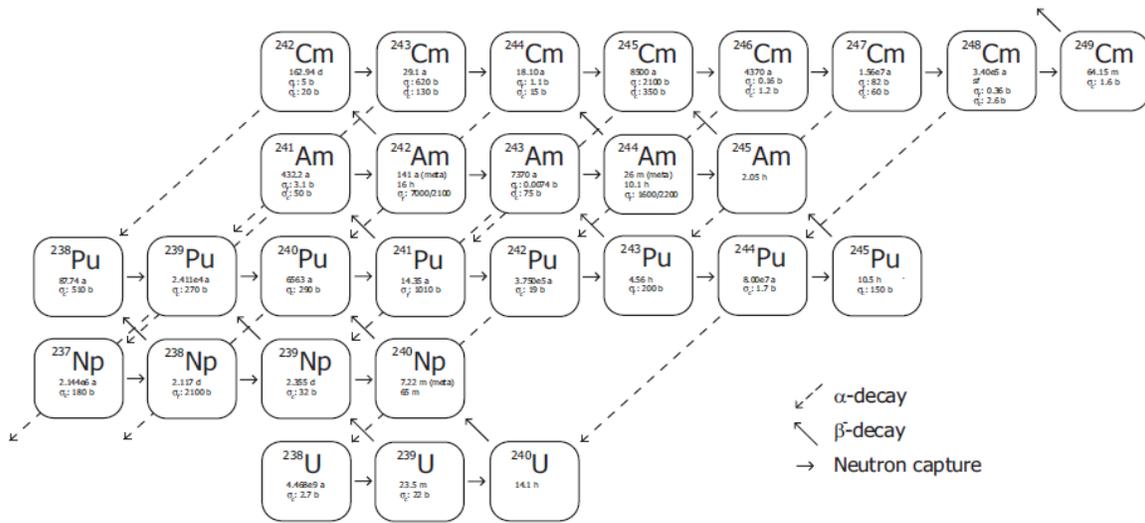


Fig. 1. Esquema de decaimientos α, β- y captura neutrónica del Uranio, Plutonio, Neptunio, Americio y Curio.

TABLA 1  
DATOS NUCLEARES A 20 °C DEL URANIO, PLUTONIO, NEPTUNIO, AMERICIO Y CURIO

Núcleo	Vida Media	σ <sub>c</sub> (barns)	σ <sub>f</sub> (barns)	Núcleo	Vida Media	σ <sub>c</sub> (barns)	σ <sub>f</sub> (barns)
<sup>238</sup> U	4.468X10 <sup>9</sup> a	2.7		<sup>241</sup> Am	432.2 a	50	3.1
<sup>239</sup> U	23.5 m	22		<sup>242m</sup> Am	141 a		7000
<sup>240</sup> U	14.1 h			<sup>242</sup> Am	16 h		2100
<sup>237</sup> Np	2.144 X10 <sup>6</sup> a	180		<sup>243</sup> Am	7370 a	75	0.0074
<sup>238</sup> Np	2.117 d		2100	<sup>244m</sup> Am	26 m		1600
<sup>239</sup> Np	2.355 d	32		<sup>244</sup> Am	10.1 h		2200
<sup>240m</sup> Np	7.22 m			<sup>245</sup> Am	2.05 h		
<sup>240</sup> Np	65 m			<sup>242</sup> Cm	162.94 d	20	5
<sup>238</sup> Pu	87.74 a	510		<sup>243</sup> Cm	29.1 a	130	620
<sup>239</sup> Pu	2.411 X10 <sup>4</sup> a	270	750	<sup>244</sup> Cm	18.10 a	15	1.1
<sup>240</sup> Pu	6563 a	290		<sup>245</sup> Cm	8500 a	350	2100
<sup>241</sup> Pu	14.35 a		1010	<sup>246</sup> Cm	4370 a	1.2	0.16
<sup>242</sup> Pu	3.750e5 a	19		<sup>247</sup> Cm	1.56 X10 <sup>7</sup> a	60	82
<sup>243</sup> Pu	4.56 h		200	<sup>248</sup> Cm	3.40 X10 <sup>5</sup> a	2.6	0.36
<sup>244</sup> Pu	8.00 X10 <sup>7</sup> a	1.7		<sup>249</sup> Cm	64.15 m	1.6	
<sup>245</sup> Pu	10.5 h	150					

Nota: a = años; d = días; h = horas; m = minutos.

En la literatura encontramos que el diseño neutrónico de celdas de combustible para reactores de agua en ebullición se ha abordado desde varias aproximaciones de solución, [5], [6], [7]. En estos trabajos se han empleado tanto métodos basados en reglas de conocimiento como en técnicas heurísticas y metaheurísticas. En el tema de los reactores nucleares, además se encuentran algunas aplicaciones del algoritmo de evolución diferencial, como en [8], en donde se menciona ser la primera aplicación al tema de la ingeniería nuclear con el propósito de minimizar el factor de pico de potencia en diferentes zonas del núcleo de un reactor nuclear. En [9], se aborda el problema de la optimización de los intervalos de inspección del sistema HPIS (High Pressure

Injection System) en un reactor PWR. Si bien su potencial de aplicación es muy amplio, como puede notarse por ejemplo en [10], en donde se utiliza la potencialidad de este algoritmo para plantear un enfoque novedoso para el desarrollo de arquitecturas de modelos y conjuntos de hiperparámetros ajustados para la clasificación multimodal. O en [11], en donde se propone un novedoso algoritmo de evolución diferencial competitiva de adaptación independiente del historial de éxito para abordar los problemas de optimización funcional y la optimización de la trayectoria de misiones espaciales. Por otro lado, se han realizado estudios de transmutación de actínidos menores a través de la adición de éstos en el combustible que se utiliza en la operación de reactores de agua en ebullición [12], [13], [14], [15].

4

En este trabajo se propone un método evolutivo basado en la técnica de evolución diferencial (ED) [16] para diseñar neutrónicamente una celda típica de combustible de un reactor de agua en ebullición. El diseño de la celda consiste en encontrar la distribución óptima del material tanto físil como de control de reactividad en un arreglo 10x10 de varillas de combustible. En posiciones específicas de este arreglo se adiciona a dichos materiales un vector de actínidos. La elección de estas posiciones se hizo previamente, de manera tal que la aplicación del algoritmo solamente toma en cuenta la presencia de un vector de actínidos en una sola varilla de combustible a la vez. Los datos de las Tablas 1, 2 y 3, se usan como valores de referencia para la definición de los rangos de variación de la concentración de los isótopos considerados en el vector de actínicos menores.

El resto de este trabajo se organiza de la siguiente manera: En la siguiente sección se presenta el desarrollo del estudio propuesto; en la sección III se plantea la metodología utilizada para obtener el objetivo de estudio; en la sección IV, se muestra el análisis de los resultados; finalmente en la sección V se presentan las conclusiones derivadas del trabajo.

## II. DESARROLLO

### A. Actínidos menores generados en el combustible nuclear gastado

Las albercas de combustible nuclear gastado tienen el inconveniente de tener una capacidad de almacenamiento limitada para contener el combustible nuclear irradiado en los reactores nucleares de potencia. En particular en este trabajo se analizaron doce distintos tipos de combustibles almacenados en una alberca de combustible provenientes de un reactor de agua en ebullición y son descritos en la Tabla 2 [12].

TABLA 2  
COMBUSTIBLES UTILIZADOS EN UN REACTOR DE AGUA EN EBULLICIÓN

Arreglo del Combustible	Enriquecimiento de U-235 (%)	Quemado (MWd/TM)	Arreglo del Combustible	Enriquecimiento de U-235 (%)	Quemado (MWd/TM)
8x8	1.76	24955	8x8	3.52	43767
8x8	2.19	32311	8x8	3.46	41399
8x8	3.03	39121	10x10	3.72	47377
8x8	2.80	37191	10x10	3.70	48391
8x8	3.24	40617	10x10	3.69	45290
8x8	3.22	39441	10x10	3.86	38583

Con el código ORIGEN-S, el cual pertenece al sistema de códigos SCALE6 [17], [18], se estimó el porcentaje en masa de los contenidos de actínidos a distintos tiempos de decaimiento radiactivo, de los combustibles descritos en la tabla anterior, después de ser utilizados en el reactor de agua en ebullición, con el fin de conocer el comportamiento de la generación de actínidos en el combustible nuclear gastado; los resultados se muestran en la Fig. 2.

### Porcentaje de Actínidos en el CNG

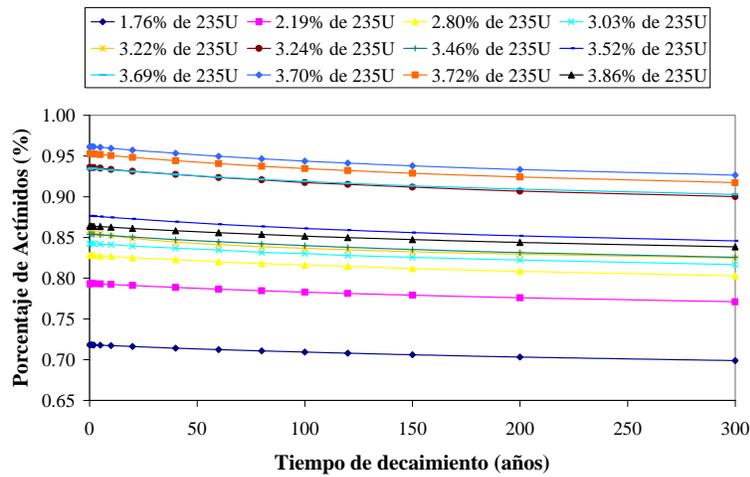


Fig. 2. Porcentaje de masa de actínidos ( $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{242\text{m}}\text{Am}$ ,  $^{242}\text{Cm}$ ,  $^{243}\text{Cm}$ ,  $^{244}\text{Cm}$ ,  $^{237}\text{Np}$  y  $^{239}\text{Np}$ ) que hay en cada combustible nuclear gastado (CNG).

De lo anterior podemos notar que el ensamble de combustible gastado de  $\text{UO}_2$  10x10 con enriquecimiento promedio de 3.70% de  $^{235}\text{U}$  y quemado de 48.391 GWd/TM, es el que genera mayor cantidad de actínidos, el cual contiene a su descarga 0.0737% en masa de actínidos menores. La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos por el código ORIGEN para este tipo de combustible.

TABLA 3  
ACTÍNIDOS MENORES EN EL COMBUSTIBLE NUCLEAR GASTADO

Material	Masa (gr)	%	Material	Masa (gr)	%
$^{241}\text{Am}$	2.1069	0.0012	$^{244}\text{Cm}$	14.2600	0.0079
$^{243}\text{Am}$	8.1736	0.0045	$^{237}\text{Np}$	96.3400	0.0532
$^{242}\text{Cm}$	3.1780	0.0018	$^{239}\text{Np}$	9.2800	0.0051
$^{243}\text{Cm}$	0.0941	0.0001	<b>Total</b>	<b>133.4327</b>	<b>0.0737</b>

Debido a que el  $^{239}\text{Np}$  (2.355 días) y  $^{242}\text{Cm}$  (162.94 días) son de vidas medias cortas y el  $^{243}\text{Cm}$  (0.0001 %) tiene una baja contribución a la generación de actínidos, por lo que no son tomados en cuenta para la formación del vector de actínidos menores que se propone para ser incorporados en las varillas de la celda. Por otra parte, estudios de pruebas experimentales para la incorporación de actínidos menores al combustible nuclear [19], muestran que es razonable incluirlos hasta en un 6%, como una primera aproximación, por lo que se toma como referencia este valor para el vector de actínidos menores ( $^{241}\text{Am}$ ,  $^{243}\text{Am}$ ,  $^{244}\text{Cm}$  y  $^{237}\text{Np}$ ), descrito en la Tabla 4, con el fin de reducirlos durante el quemado del combustible [13], [14].

TABLA 4  
VECTOR DE ACTÍNIDOS MENORES

Isótopo	$^{241}\text{Am}$	$^{243}\text{Am}$	$^{244}\text{Cm}$	$^{237}\text{Np}$
% w	6.3258	24.5406	8.9136	60.2200

### B. Estudio de la posición de varillas con actínidos menores

A continuación, se describe, inicialmente, el comportamiento de dos parámetros importantes en el análisis del desempeño neutrónico de una celda de combustible para reactores de agua en ebullición. Los resultados 2D generados con el código CASMO4 [20] se realizan para una celda típica 10x10 con simetría diagonal (Fig. 3).

6

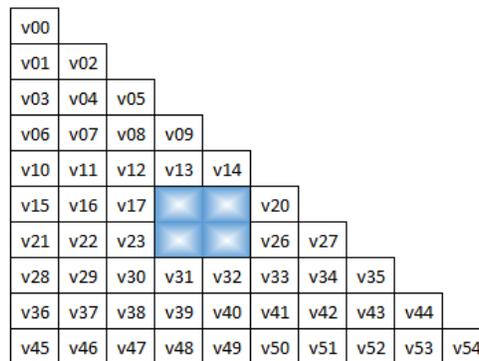


Fig. 3. Celda de combustible para reactores de agua en ebullición con simetría diagonal.

En la Fig. 4, se muestra el comportamiento del factor de multiplicación neutrónica en un medio infinito (k-infinito). El factor k-infinito corresponde a dos condiciones de operación de la celda de combustible. Por un lado, cuando la celda de combustible contiene actínidos menores en algunas de las varillas (C/Ac's); por otro lado, cuando no se encuentran presentes en ella (S/Ac's). El valor promedio de la presencia de vacíos en la celda es del 0%. Para este trabajo se eligió este valor para el contenido de vacíos en el moderador del reactor, ya que el alcance que se propone, es a nivel diseño del combustible. El cambio en las tasas de producción de productos de la fisión se verá afectado por otros efectos espectrales propios de la operación lo cual queda fuera del alcance de este trabajo. Es importante mencionar que para el propósito del presente trabajo la elección de un valor u otro no implica pérdida de generalidad en la aplicación del algoritmo, sin embargo; si se ha trabajado con otros valores distintos del contenido de vacíos [21]. Puede notarse, más adelante en la sección B. 3), que los comportamientos, de los parámetros de interés para este trabajo, a distintos valores de contenido vacíos en el moderador muestran un comportamiento cualitativamente similar.

El comportamiento de k-infinito es similar al que se tiene con las celdas de uranio. Al inicio del quemado de la celda, los actínidos se comportan como venenos quemables. Además, como se sustituyó una porción del U-235 por actínidos menores, implica que el factor k-infinito disminuye debido a tener menos material fisil. Con la presencia de los actínidos menores dentro de alguna varilla de la celda, la cantidad de Pu se incrementa desde la mitad y hacia el final del quemado, lo que resulta en un aumento del factor k-infinito conforme se genera el Pu.

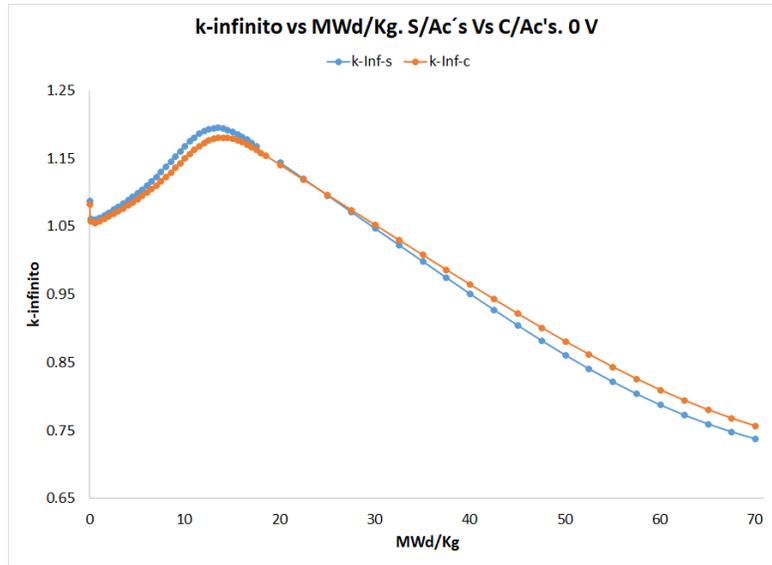


Fig. 4. Factor de multiplicación neutrónica en un medio infinito ( $k$ -infinito) con y sin la presencia de actínidos menores.

Las diferencias en pcm a través de la vida de la celda de combustible se muestra en la Fig. 5, cuando se comparan las condiciones con presencia vs sin presencia de actínidos menores. La diferencia mínima se observa en 25 MWd/kg. La diferencia máxima se observa en 57.5 MWd/kg.

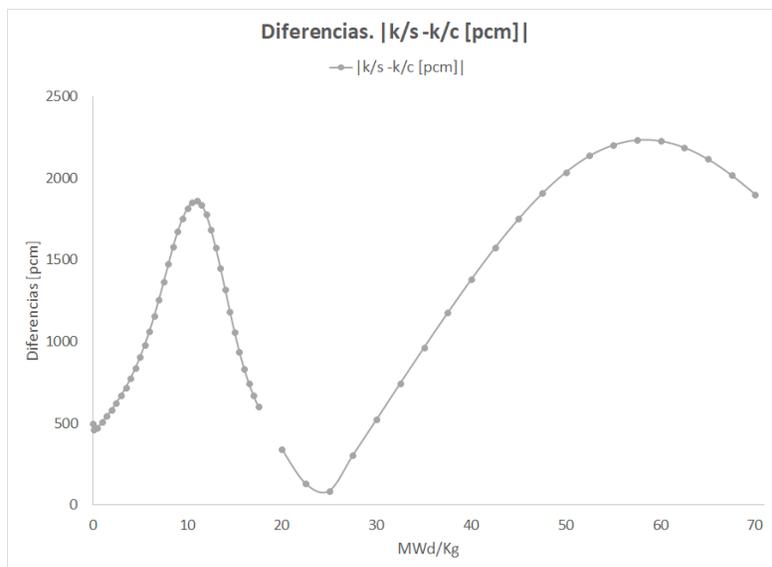


Fig. 5. Diferencias en  $k$ -infinito, con vs sin presencia de actínidos menores.

En la Fig. 6, se muestra el comportamiento del Factor de Pico de Potencia Local (del inglés, Local Power Peaking Factor – LPPF), se comparan los casos con vs sin presencia de actínidos menores. Se observa que el caso en que se adicionan actínidos menores a la celda, el LPPF se sobreestima con respecto al caso sin su presencia.

8

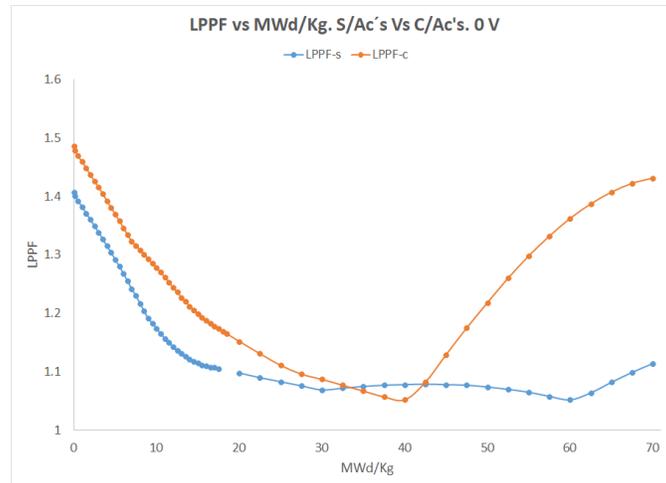


Fig. 6. Factor de Pico de Potencia Local (LPPF), con vs sin presencia de actínidos menores.

En la Fig. 7, se muestran las diferencias del LPPF, (%), de la celda sin (P/S) vs con (P/C) actínidos menores. Durante la primera mitad de la vida de la celda las diferencias son relativamente menores, respecto a la parte final de la vida de la celda de combustible. El comportamiento en esta Fig. 7, se debe principalmente a que conforme aumenta el quemado del combustible el efecto de mitigación de reactividad se ve disminuido principalmente por dos razones, primera; el agotamiento del veneno quemable presente en la etapa inicial de vida de la celda, segunda; por el efecto del aumento de la producción de plutonio en la misma.

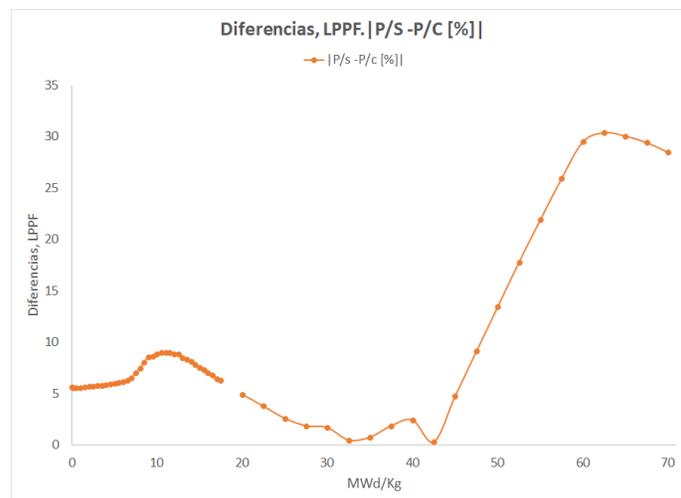


Fig. 7. Diferencias en LPPF, con vs sin actínidos menores.

1) Evaluación por varilla con la presencia de actínidos, 0V, celda heterogénea.

A partir de la celda de referencia, celda heterogénea, se estudia el impacto de la modificación en la composición de cada una de las varillas de combustible. En la Fig. 8, se muestra el comportamiento k-infinito y en la Fig. 9, bajo las mismas condiciones de simulación se muestra el comportamiento del LPPF de la celda.

9

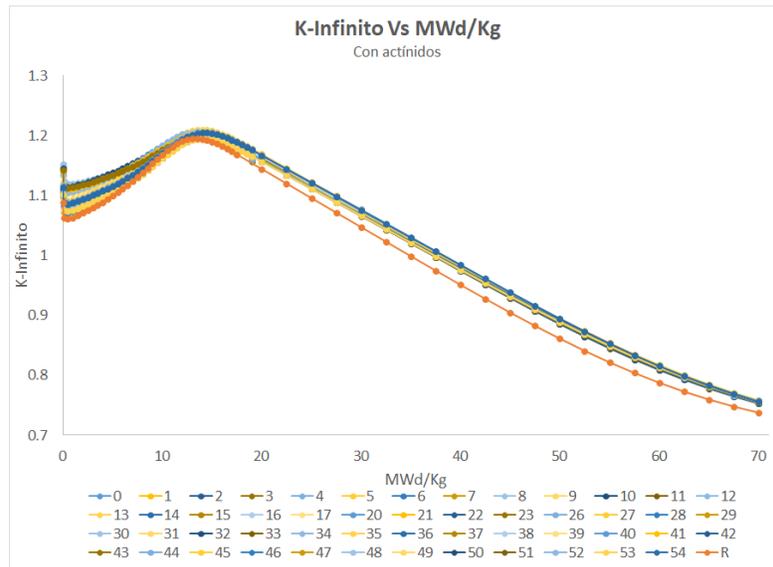


Fig. 8. k-infinito de la celda heterogénea.

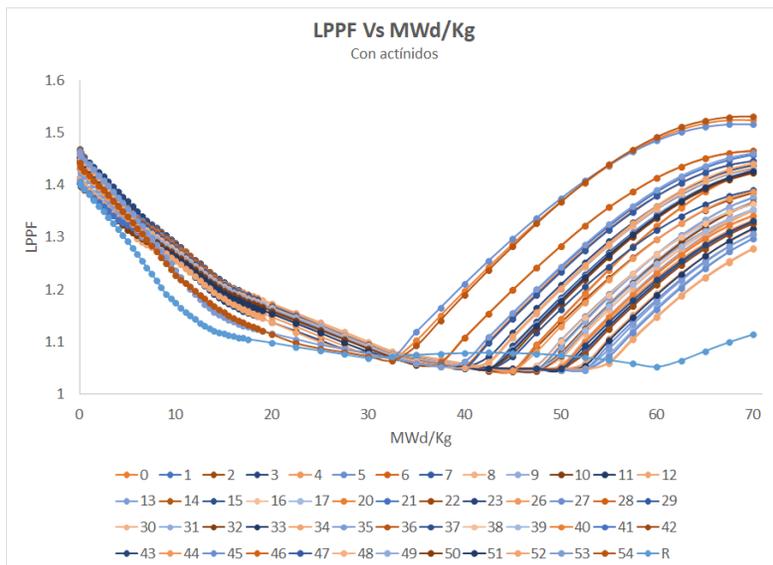


Fig. 9. LPPF de la celda heterogénea.

Los resultados mostrados en estas dos figuras (Fig. 8 y Fig. 9) se presentan con la intención de contrastar éstos con respecto a los mostrados en la sección inmediata posterior, esto es; los resultados de la Fig. 8 contra los resultados de la Fig. 10, y los correspondientes a la figura 9 contra los resultados de la Fig. 11. Es interesante notar que para el caso del factor de pico de potencia local, los valores máximos se desplazan para el caso homogéneo con respecto del heterogéneo en alrededor de 20 MWd/Kg.

2) *Evaluación por varilla con la presencia de actínidos, 0V, celda homogénea*

10

Se homogeneiza la celda de referencia, ver Tabla 5, para este propósito se utiliza un único valor de enriquecimiento en U-235 para todas las varillas de combustible, excepto que para una de estas, se añade un vector con actínidos; con la finalidad de conocer el impacto de cada varilla individual sobre el comportamiento de la celda de combustible. Se usa el mismo vector para la evaluación una a una de todas las varillas del arreglo. El valor de enriquecimiento cuyos resultados se presentan corresponden al valor de 2.0 (w/o). Se realizaron un par de casos más, sin embargo, los resultados de estos otros dos presentan el mismo comportamiento. En la Fig. 10, se muestra el comportamiento de k-infinito. Este comportamiento ocurre cuando se altera la composición de las varillas de combustible una a una, añadiendo la presencia de actínidos menores en ellas, pero sin la presencia de veneno neutrónico quemable ( $s/Gd_2O_3$ ). En la Fig. 11, se muestra el comportamiento del parámetro LPPF, bajo estas mismas consideraciones.

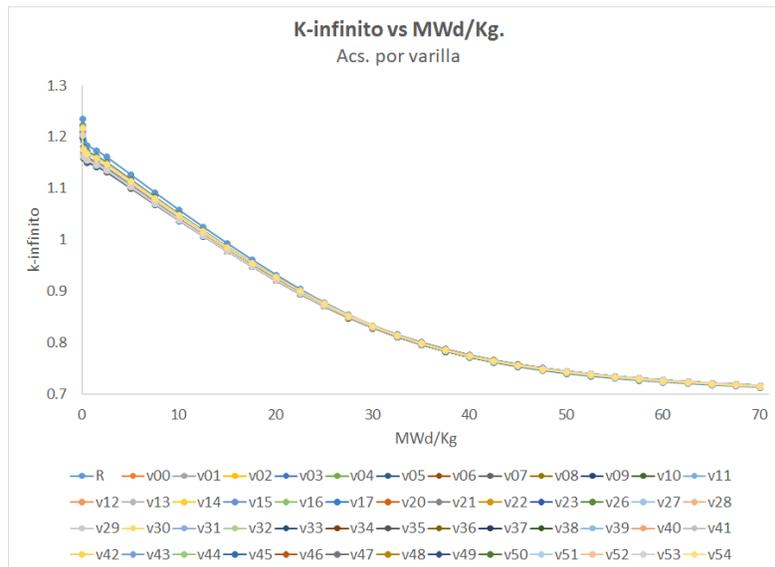


Fig. 10. k-infinito. Celda homogénea con actínidos menores.

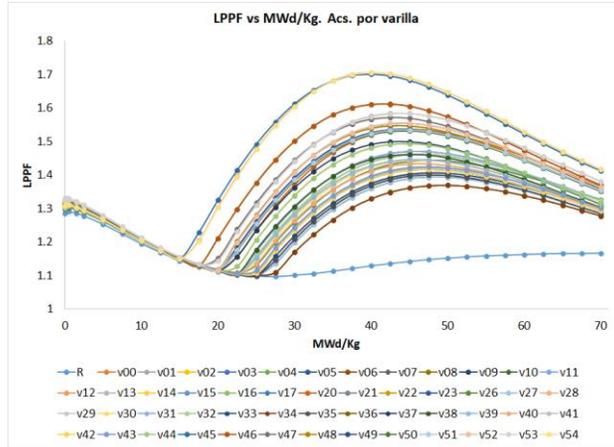


Fig. 11. LPPF. Celda homogénea con actínidos menores.

3) Evaluación por varilla con la presencia de actínidos, 0-90 %V

A partir de la celda de referencia se realizaron cálculos para conocer el desempeño de la presencia de Am-241, Am-243, Cm-244 y Np-237. Se presentan los casos de mayor y menor presencia, es decir; aquellas varillas en donde estos valores ocurren como función del contenido de vacíos (%). A partir de los resultados mostrados en esta sección puede observarse qué varillas se eligieron para aplicar el algoritmo evolutivo al diseño de la celda considerando la presencia de un vector de actínidos menores en éstas. La presente aproximación de solución al problema de diseño neutrónico con actínidos menores permitió un sustancial ahorro de tiempo de máquina; pues aplicarlo a cada varilla del arreglo implicaría un considerable aumento de éste.

En el caso del Am-241 (véase Fig. 12), el valor mínimo promedio se observa en la varilla con el número de identificación número 54 (véase Fig. 3). El valor máximo promedio se observa en la varilla número 8.

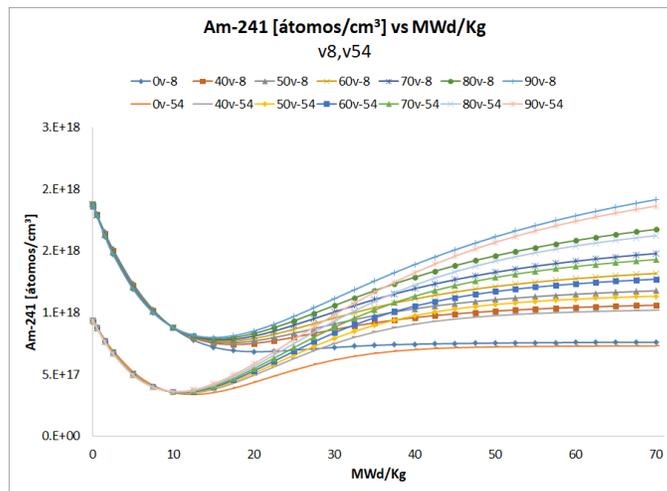


Fig. 12. Presencia de Am-241 (átomos/cm³). Valores extremos.

En el caso del Am-243 (véase Fig. 13), el valor mínimo promedio se observa en la varilla con el número de identificación número 0 (véase Fig. 3). El valor máximo promedio se observa en la varilla número 34.

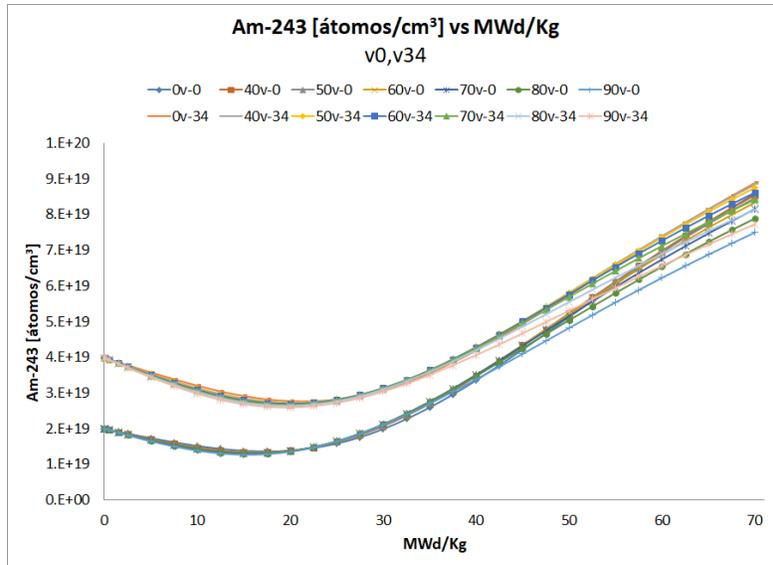


Fig. 13. Presencia de Am-243 (átomos/cm<sup>3</sup>). Valores extremos.

En el caso del Cm-244 (véase Fig. 14), el valor mínimo promedio se observa en la varilla con el número de identificación número 54 (véase Fig. 3). El valor máximo promedio se observa en la varilla número 45.

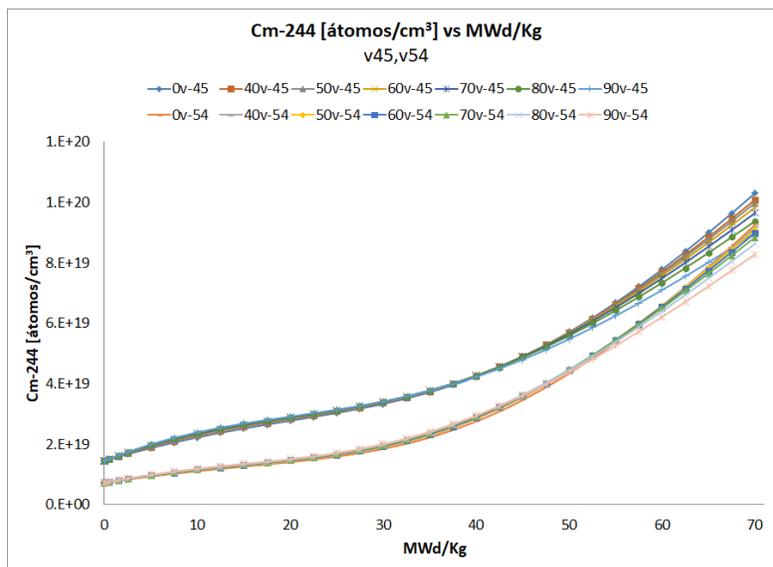


Fig. 14. Presencia de Cm-244 (átomos/cm<sup>3</sup>). Valores extremos.

En el caso del Np-237 (véase Fig. 15), el valor mínimo promedio se observa en la varilla con el número de identificación número 0 (véase Fig. 3). El valor máximo promedio se observa en la varilla número 34.

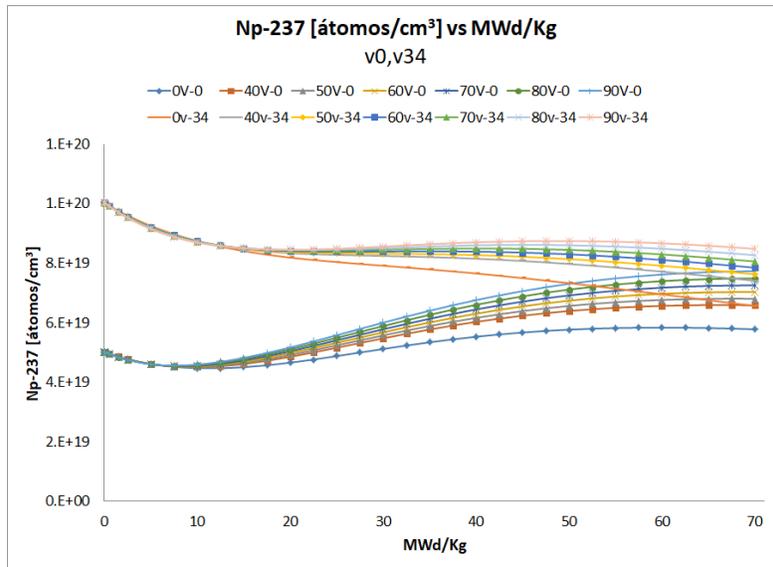


Fig. 15. Presencia de Np-237 (átomos/cm<sup>3</sup>). Valores extremos.

Con base en estos resultados surge la posibilidad de plantear diseños diferenciados espacialmente, es decir; considerar las varillas 8 y 54 para asociar la presencia de Am-241, Fig. 12; las varillas 0 y 34 para el caso del Am-243, Fig. 13; las posiciones 45 y 54 para el caso del Cm-244, Fig. 14; y nuevamente las posiciones 0 y 34 dentro del arreglo para la ubicación preferente del Np-237, Fig. 15.

### III. METODOLOGÍA

Como se muestra en la sección anterior, los parámetros asociados al comportamiento nuclear de una celda de combustible presentan una variabilidad notable. De dónde surge la iniciativa, de abordar métodos que permitan encontrar tanto una distribución como una combinación de los materiales del combustible en un arreglo de varillas típicamente utilizado en un reactor de potencia como el de agua en ebullición. Con esta finalidad en este trabajo se propone implementar un algoritmo evolutivo basado en la técnica conocida como evolución diferencial [16].

El problema que abordamos en el presente trabajo tiene la particularidad que da la pauta para considerar las propiedades de desempeño de un algoritmo basado en ED, específicamente es el hecho de que deseamos conocer las concentraciones de cada uno de los isótopos de los actínidos de interés. Estas concentraciones, como es de suponer, no están estandarizados en los actuales diseños de combustible para reactores nucleares de agua en ebullición. De donde es deseable contar con un algoritmo que sea aplicable a espacios continuos de las variables de decisión que definen el alcance del problema a resolver.

Las variables de decisión que se utilizan en el proceso de diseño son:

- el enriquecimiento promedio en U-235 (w/o),
- la concentración de trióxido de gadolinio Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (w/o),

- c) el factor de multiplicación neutrónica en un medio infinito,
- d) el factor de pico de potencia local de la celda de combustible, y
- e) concentraciones de los isótopos Np-237, Am-241, Am-243, Cm-244 (w/o).

El algoritmo ED es un algoritmo de optimización combinatoria similar a los algoritmos genéticos [22]. Básicamente consiste en evolucionar poblaciones de soluciones con el fin de encontrar una solución óptima. Es decir que cumpla con todos y cada uno de los requisitos y restricciones impuestas a la solución del problema abordado.

14

#### A. Parámetros del algoritmo ED

En un algoritmo de tipo ED, se tienen tres parámetros principales, a saber:

- Probabilidad de recombinación (**CR**), en este parámetro se determina la probabilidad de que cada gen del vector solución sufra una mutación o variación. Este parámetro varía de 0.0 a 1.0.
- Peso diferencial (**F**), este parámetro se encuentra típicamente entre 0.0 y 2.0, representa la magnitud de la variación que los genes del nuevo vector sufrirán.
- Tamaño de población (**NP**), este parámetro describe el tamaño de la población. Este parámetro es muy intuitivo, indica el número de individuos en la población.

El pseudo-código de un algoritmo ED se muestra a continuación (véase Fig. 16):

*Definición de parámetros*

*NP = tamaño de población*

*CR = probabilidad de mutación/recombinación*

*F = peso diferencial*

*Inicializar población de soluciones*

*Para cada n desde 1 hasta num:*

*Para cada solución X en la población:*

*Crear un vector  $X_{+1}$*

*Elección de otras tres soluciones A, B y C diferentes entre sí y diferentes de X*

*Para cada componente  $X_i$  en X:*

*Generar un número aleatorio R entre 0.0 y 1.0:*

*Sí  $R < CR$ :*

$$X_{+1}^i = a_i + F \cdot (b_i - c_i)$$

*Sí  $R \geq CR$ :*

$$X_{+1}^i = X_i$$

*Sí el valor de aptitud de  $X_{+1} \geq$  valor de aptitud de X:*

*Reemplazar X con  $X_{+1}$  en la población*

*Sí el valor de aptitud de  $X_{+1} <$  valor de aptitud de X:*

*No reemplazar X en la población*

Fig. 16. Algoritmo evolutivo.

En la Fig. 17, se muestra el estado del proceso de búsqueda cuando se genera una solución nueva, el vector  $\vec{v}$ , a partir de tres soluciones correspondientes a la misma generación g. Con fines ilustrativos se adopta la notación vectorial. Además, en dicha figura (Fig. 17) se asume que el espacio de búsqueda mostrado corresponde a un

espacio bidimensional. Como se muestra en la Fig. 17, cada nueva solución que formará la generación siguiente en el proceso, se genera a partir de tres vectores distintos dentro de la generación vigente.

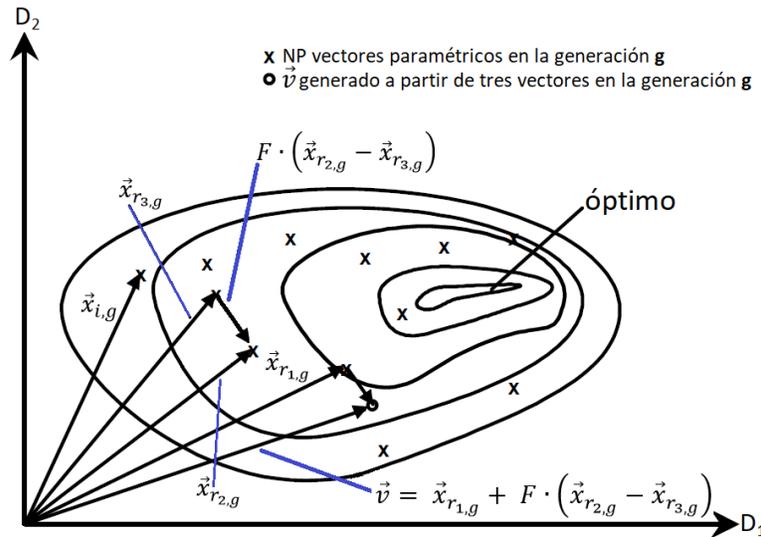


Fig. 17. Generación de soluciones en la generación  $g$ .

Para más detalles de cómo funciona este algoritmo, se recomienda a los lectores consultar la referencia [16].

La forma en que se procedió para obtener diseños de celdas de combustible que cumplieran con los requisitos mencionados anteriormente se describe a continuación.

La elección de las posiciones dentro de la celda de combustible en las cuáles se incluyó el vector de actínidos menores descrito en la tabla 5, se tomó de los resultados mostrados en la sección anterior. Se encontró que de manera notable ciertas varillas dentro del arreglo de la celda mostraban un impacto sobresaliente en los parámetros de diseño de la celda de combustible. De donde, se utiliza el siguiente conjunto de posiciones posibles: {v00, v05, v08, v26, v34, v45, v54}, (véase Fig. 3). A diferencia del procedimiento seguido para la evaluación del impacto de la presencia de actínidos en cada una de las posiciones de la celda de combustible, en donde se utilizó en vector de actínidos preestablecido una a una, para evaluar su efecto en la celda. Para el caso del diseño de las celdas mediante el algoritmo ED, la concentración de cada uno de los isótopos de los actínidos se asume como incógnita. Es decir, el algoritmo ED implementado encuentra las concentraciones de cada uno de los isótopos de neptunio, americio y curio, que se incorporan a la celda en una sola varilla, que junto con las otras variables de decisión satisfagan los criterios y requerimientos establecidos en el proceso de obtención de soluciones. En otras palabras, el algoritmo ED, encuentra para cada varilla de combustible del arreglo un valor de U-235 (w/o) y uno de Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (w/o), y además para una sola de estas varillas también encuentra un vector de actínidos.

Para encontrar soluciones aceptables por medio del algoritmo evolutivo propuesto, se sigue la secuencia de pasos mostrada en la Fig. 16. Como puede notarse en dicha secuencia se requiere contar con una forma de asignar valores de aptitud a cada una de las soluciones generadas por el algoritmo. Esto se logra mediante una función de aptitud o función objetivo ( $FO$ ). La función objetivo utilizada en este trabajo se muestra en la ecuación (3).

La función objetivo ( $FO$ ) usada en el proceso de búsqueda es la siguiente:

$$FO(x_n) = C + \sum_{n=1}^N w_n f(x_n) \quad (3)$$

donde  $w_n$  se selecciona según su importancia relativa, estos valores se normalizaron a partir de los rango de valores posibles para cada una de las variables de decisión. Respecto de la definición de los términos  $f(x_n)$ , éstos fueron definidos como:

$$f(x_n) = |p_{o_n} - p_{x_n}| \quad (4)$$

donde

$p_{o_n}$ , representa cada uno de los parámetros ideales u objetivo para cada variable de decisión

$p_{x_n}$ , indica cada uno de los  $n$  parámetros utilizados como variables de decisión

$N$  representa el número de variables de decisión utilizadas en el proceso de búsqueda.

$C$  es un valor constante arbitrario. Para este caso,  $C$  es igual a 1.0.

Respecto a los requerimientos que cada uno de los términos de la función objetivo en la ecuación (1) se deben cumplir, se tiene lo siguiente:

- El enriquecimiento promedio de la celda de combustible debe ser inferior al valor de referencia, pero la diferencia no debe ser mayor que el 1% con respecto a dicho valor de referencia, ver Tabla 5. La intención de buscar soluciones con valores de enriquecimientos inferiores al valor de referencia, cumpliendo a la vez con el resto de restricciones; permitiría prever una reducción en el costo de generación de energía con el combustible propuesto.
- El contenido de trióxido de gadolinio ( $Gd_2O_3$ ) (w/o), referido también como gadolinia; de la celda de combustible debe estar dentro de un rango de  $\pm 1\%$  con respecto al valor de referencia. Es importante mencionar que esta variable se está considerando básicamente, en nuestro estudio; para controlar el exceso de reactividad al inicio de la vida de la celda. Éste es importante, pues tiene una relación directa con las condiciones de operación al inicio de la operación del reactor.
- El factor de multiplicación neutrónica ( $k$ -infinito) de la celda de combustible debe estar dentro del rango de  $\pm 100$  pcm con respecto al valor de referencia. Para esta variable se exige mayor precisión, ya que alejarse del valor de referencia, puede afectar el arranque del ciclo de operación, implicando mayores maniobras para el control de reactividad, en el caso de que la propuesta de combustible tenga un valor de  $k$ -infinito relativamente más elevado; o bien, problemas para alcanzar el nivel de potencia planeado para el arranque del reactor.
- El factor de pico de potencia local debe ser menor o igual al valor de referencia. Este parámetro tiene importancia para la satisfacción de los márgenes a los límites térmicos en el desempeño del combustible. Por lo cual, es importante disminuirlo en la medida posible.
- Las concentraciones de los isótopos de  $^{237}Np$  (w/o),  $^{241}Am$  (w/o),  $^{243}Am$  (w/o), y  $^{244}Cm$  (w/o) deben estar dentro de los rangos definidos para el presente estudio. El valor de referencia representa la incorporación de estos isótopos al combustible en un 6% (véase Tabla 4), el rango de requerimiento representa el (4%, 10%) de los actínidos menores presentes en el combustible nuclear. Para estas variables de decisión, se propone reproducir el alcance realizado en un estudio previo [12].

Las restricciones establecidas para el presente estudio abarcan las principales variables de decisión que permiten proponer una celda de combustible para la operación de un reactor nuclear de agua en ebullición.

TABLA 5  
VALORES OBJETIVO PARA EL PROCESO DE DISEÑO DE LA CELDAS DE COMBUSTIBLE

Parámetro	Valor de Referencia (Ref)	Requerimiento
<sup>235</sup> U (w/o)	4.104	(0.99*Ref , Ref)
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (w/o)	3.78	Ref ± 1%
k-infinito	1.08757	Ref ± 100 pcm
LPPF	1.407	≤ Ref
<sup>237</sup> Np (w/o)	3.61320	(2.12336, 5.30840)
<sup>241</sup> Am (w/o)	0.37955	(0.22305, 0.55782)
<sup>243</sup> Am (w/o)	1.47243	(0.86530, 216325)
<sup>244</sup> Cm (w/o)	0.53482	(0.31429, 0.78574)

17

#### IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se presentan a continuación los resultados que se generaron al aplicar el algoritmo evolutivo al proceso de diseño neutrónico de celdas de combustible. El algoritmo ED se ejecutó en siete ocasiones, esto con base a un número igual de posiciones que se seleccionaron durante el estudio previo en donde se analizó el impacto que tenía el hecho de incorporar actínidos en las varillas del arreglo de una celda de combustible, una a una; se encontró que aquellas posiciones preferentes fueron las varillas v00, v05, v08, v26, v34, v45, y v54, éstas se muestran en la Fig. 3.

Inicialmente en la Fig. 18 se presenta un caso representativo de la serie de resultados encontrados, los cuales corresponden al caso en el que se incluyen actínidos menores en la posición v00 de la celda de combustible, en esta Fig. 18 se muestra el proceso de minimización de la función objetivo. De esta gráfica se puede notar que a partir de la iteración 344 se ha alcanzado el valor mínimo de esta función. Tomando en cuenta que en cada iteración se ejecuta 10 veces la función objetivo. Se puede concluir que el algoritmo requirió de 3440 ejecuciones del código CASMO para encontrar una solución satisfactoria.

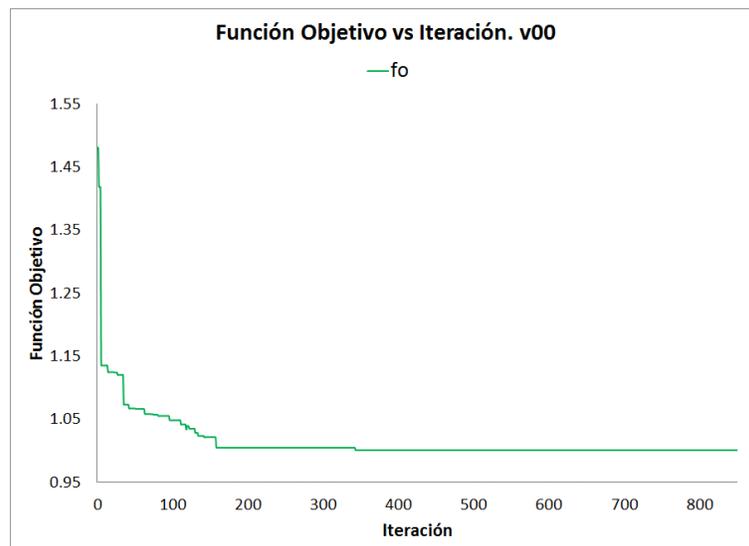


Fig. 18. Función objetivo, v00.

En la Fig. 19, se presenta el comportamiento del enriquecimiento promedio de la celda de combustible, como puede notarse en la figura, la satisfacción del requerimiento establecido para esta variable se cumplió a partir de la iteración 158. En la Fig. 20, se presenta el comportamiento del enriquecimiento promedio de la concentración de  $Gd_2O_3$  (w/o) en la celda de combustible a través del proceso iterativo de diseño, respectivamente. A partir de la iteración 142 se cumple el requerimiento impuesto al contenido de gadolinia.

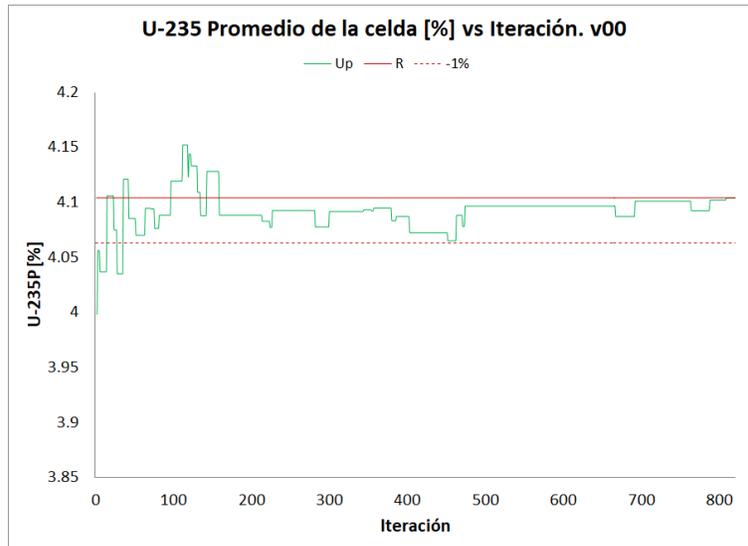


Fig. 19. Enriquecimiento promedio de U-235 (w/o) en la celda, v00.

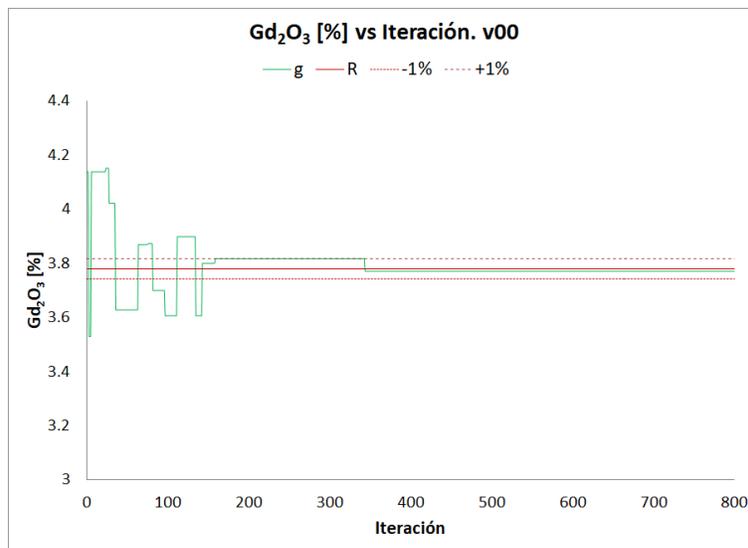


Fig. 20. Concentración promedio de  $Gd_2O_3$  (w/o) en la celda, v00.

En la Fig. 21 y Fig. 22, se presenta tanto el comportamiento de  $k$ -infinito y el LPPF en la celda de combustible a través del proceso iterativo de diseño, correspondientemente. El número de iteraciones que se realizaron para cumplir el requerimiento establecido para esta variable fue mayor que en los casos anteriores, U-235,  $Gd_2O_3$ ; fue a partir de la iteración 226 que se logró encontrar una solución que cumpliera con la precisión requerida.

En este caso,  $v00$ , el cumplimiento de la restricción establecida para el factor de pico de potencia local de la celda de combustible se cumplió en la gran mayoría de las soluciones encontradas por el algoritmo, el valor mínimo obtenido fue de 1.325, sin embargo; la celda con este valor no cumplió con el resto de restricciones aplicadas a las otras variables de decisión.

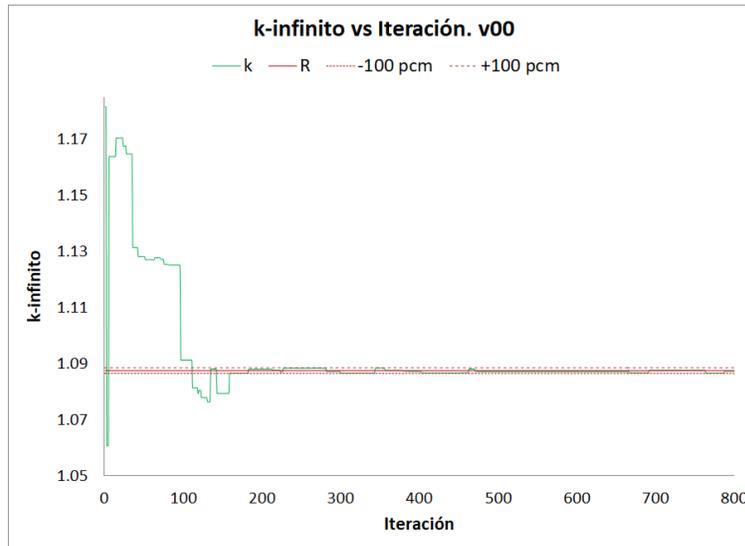


Fig. 21.  $k_{\infty}$  de la celda,  $v00$ .

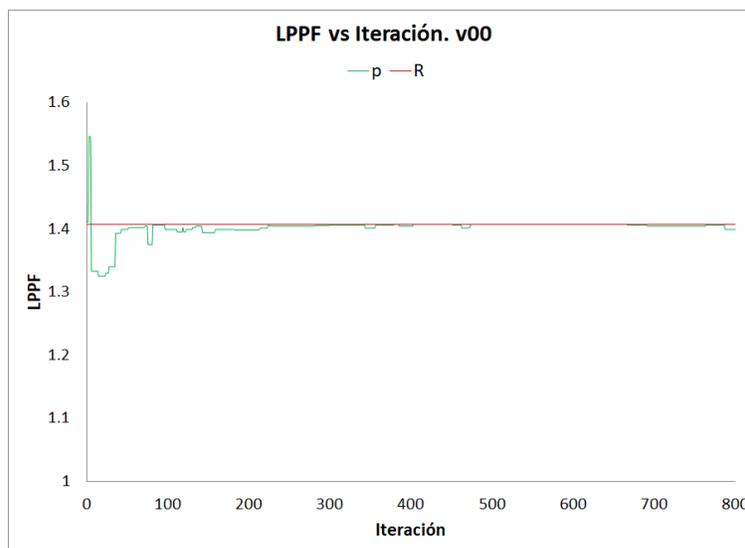


Fig. 22. LPPF de la celda,  $v00$ .

En las Fig. 23, Fig. 24, Fig. 25 y Fig. 26, se muestran los comportamientos de las concentraciones del Np-237 (w/o), Am-241 (w/o), Am-243 (w/o) y Cm-244 (w/o) de la varilla v00 en la celda de combustible a través del proceso iterativo de diseño, en el orden dado.

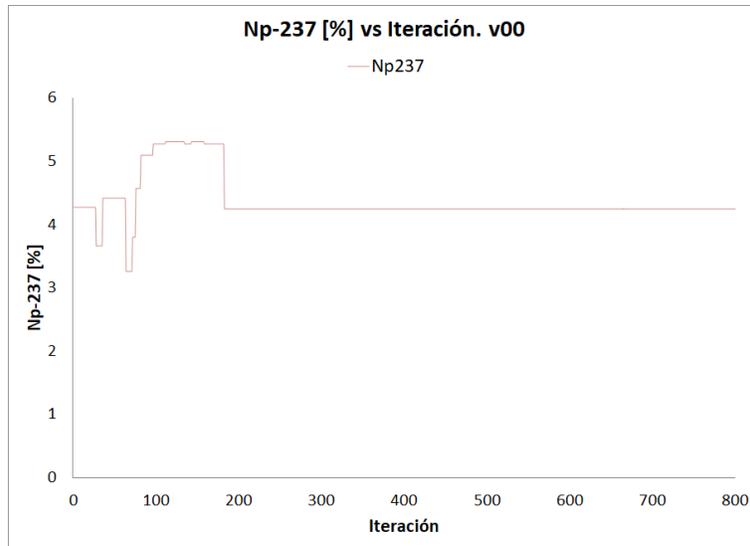


Fig. 23. Np-237 (w/o) de la varilla v00.

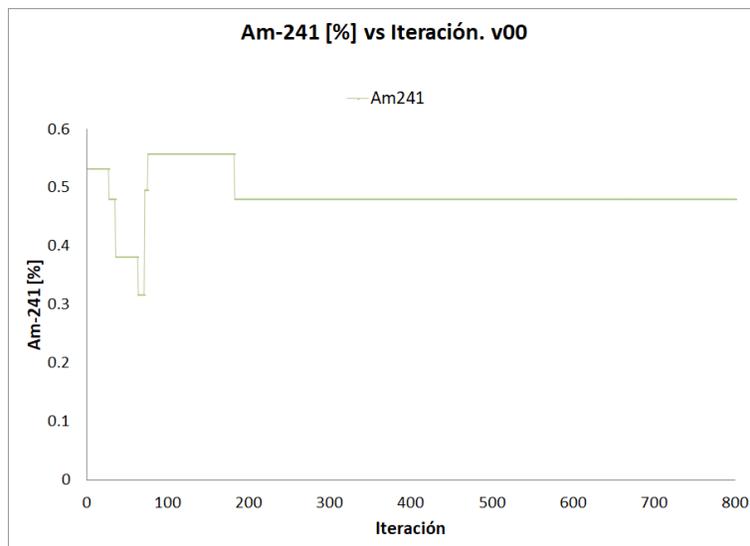


Fig. 24. Am-241 (w/o) de la varilla v00.

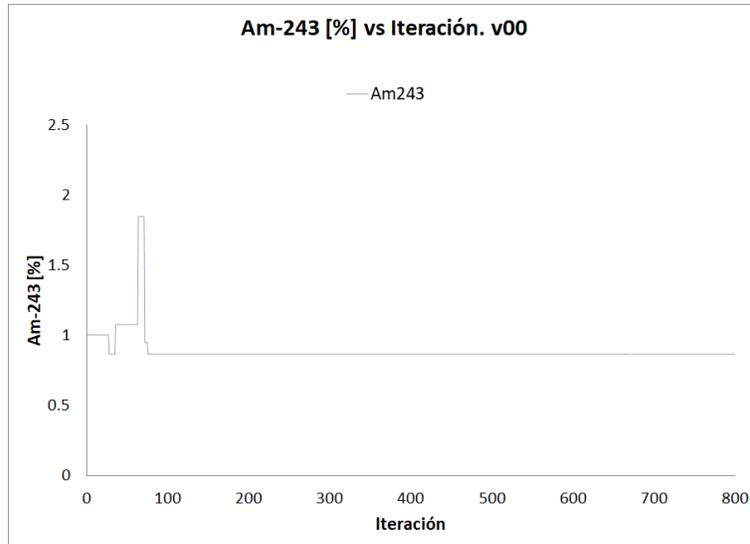


Fig. 25. Am-243 (w/o) de la varilla v00.

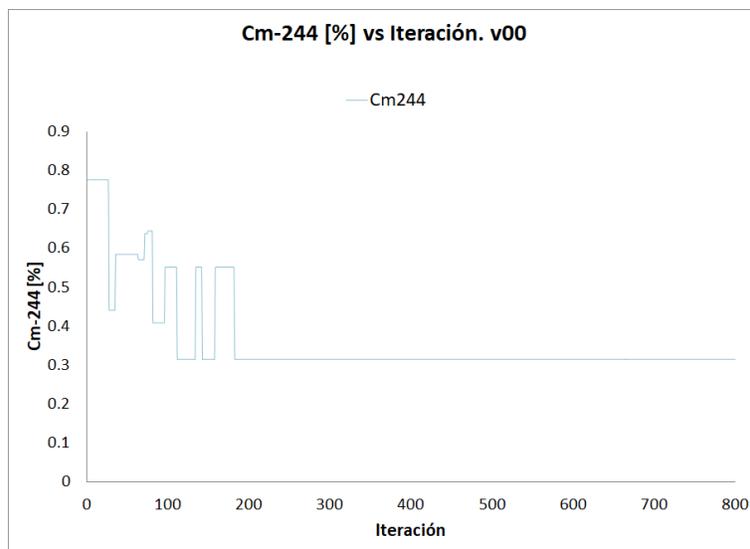


Fig. 26. Cm-244 (w/o) de la varilla v00.

En la iteración 344, la función objetivo toma el valor de 1.00120971, para el resto de variables los valores correspondientes son 4.09334, 3.77117, 4.09334, 1.08847, y 1.401, para el enriquecimiento en U-235 (w/o), contenido de gadolinio (w/o), k-infinito, y LPPF; respectivamente. Estos valores cumplen las respectivas restricciones establecidas para la búsqueda realizada mediante el algoritmo evolutivo implementado. Se encuentran en los intervalos (4.06296, 4.104), (3.7422, 3.8178), (1.08657, 1.08857) y el factor del pico de potencia correspondiente es menor que el valor de referencia el cual es 1.407; respectivamente.

El vector de actínidos se forma por 4.2479 (w/o) de Np-237, 0.48093 (w/o) de Am-241, 0.8653 (w/o) de Am-243, y 0.31429 (w/o) de Cm-244. Para estos valores se observa la misma tendencia que la observada en la celda de referencia. Con base en estos resultados es conveniente considerar estudios con un mayor alcance, es decir;

de manera selectiva preferir ciertas posiciones para la optimización de uno o unos componentes del vector de actínidos, con respecto al resto.

En la Tabla 6 y Tabla 7, se muestran las diferencias en U-235 promedio y Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> promedio en (%) de la celda de combustible respecto al valor de referencia, correspondientemente, AE indica valores generados con el algoritmo evolutivo. De la Tabla 8 y Tabla 9, podemos observar las diferencias en k-infinito (pcm) y LPPF (%) de la celda de combustible con respecto al valor de referencia, respectivamente, AE indica valores generados con el algoritmo evolutivo. Finalmente, la Tabla 10, muestra las concentraciones de los actínidos menores (Np237, Am241, Am243 y Cm244) considerados en el diseño de las celdas de combustible (%).

De los siete casos analizados, el caso que muestra el mejor comportamiento desde el punto de vista del enriquecimiento promedio en U-235 (w/o) es aquel en el que el vector de actínidos se añade a la varilla 34. Esto es debido a que la diferencia en U-235 es la mayor de todos los casos considerados. Cuando el vector de actínidos se agrega a la varilla 00, el enriquecimiento en U-235 de la celda obtenida es muy similar a aquel que corresponde a la celda de referencia (véase Tabla 6).

TABLA 6  
DIFERENCIAS EN U-235 PROMEDIO DE LA CELDA

	Ref.	AE	Δ
Celda c/Act en	U-235 Pro. (%)	U-235 Pro. (%)	(Ref-AE)/Ref (%)
v00	4.104	4.10377	0.00560
v05	4.104	4.09663	0.17958
v08	4.104	4.10224	0.04288
v26	4.104	4.10334	0.01608
v34	4.104	4.06934	0.84454
v45	4.104	4.08622	0.43324
v54	4.104	4.10342	0.01413
<b>min</b>		<b>4.06934</b>	<b>0.00560</b>
<b>MAX</b>		<b>4.10377</b>	<b>0.84454</b>

Se puede notar en la Tabla 7, que los casos en donde se logra disminuir en mayor medida el enriquecimiento en U-235, corresponden también a aquellos casos con la mayor diferencia en contenido de gadolinio.

TABLA 7  
DIFERENCIAS EN Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> PROMEDIO DE LA CELDA

	Ref	AE	Δ
Celda c/Act en	Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> Pro. (%)	Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> Pro. (%)	(Ref-AE)/Ref (%)
v00	3.78	3.77117	0.23360
v05	3.78	3.77117	0.23360
v08	3.78	3.77654	0.09153
v26	3.78	3.79430	-0.37831
v34	3.78	3.80854	-0.75503
v45	3.78	3.81310	-0.87566
v54	3.78	3.79885	-0.49868
<b>min</b>		<b>3.77117</b>	<b>-0.87566</b>
<b>MAX</b>		<b>3.81310</b>	<b>0.23360</b>

Las diferencias más grandes para el factor k-infinito (véase Tabla 8) también se presentan en los casos donde las diferencias para U-235 y gadolinio son mayores. Los resultados para el cumplimiento de la restricción establecida para el factor de pico local de potencia en la celda (véase Tabla 9), parece indicar que cuando una sola varilla en el arreglo se añade un vector de actínidos no repercute significativamente en el desempeño de la misma.

TABLA 8  
DIFERENCIAS EN K-INFINITO DE LA CELDA

	Ref	AE	$\Delta$
<b>Celda c/Act en k-infinito</b>	<b>k-infinito</b>	<b>k-infinito</b>	<b>(Ref-AE) (pcm)</b>
v00	1.08757	1.08819	-52.38775
v05	1.08757	1.08840	70.11846
v08	1.08757	1.08681	-64.29878
v26	1.08757	1.08766	7.60838
v34	1.08757	1.08844	73.49496
v45	1.08757	1.08854	81.93513
v54	1.08757	1.08812	46.47599
<b>min</b>		<b>1.08681</b>	<b>7.60838</b>
<b>MAX</b>		<b>1.08854</b>	<b>81.93513</b>

TABLA 9  
DIFERENCIAS EN EL LPPF DE LA CELDA

	Ref	AE	$\Delta$
<b>Celda c/Act en</b>	<b>LPPF</b>	<b>LPPF</b>	<b>(Ref-AE)/Ref (%)</b>
v00	1.407	1.402	0.35537
v05	1.407	1.402	0.35537
v08	1.407	1.382	1.77683
v26	1.407	1.401	0.42644
v34	1.407	1.405	0.14215
v45	1.407	1.391	1.13717
v54	1.407	1.401	0.42644
<b>min</b>		<b>1.382</b>	<b>0.14215</b>
<b>MAX</b>		<b>1.405</b>	<b>1.77683</b>

Para las concentraciones de los actínidos menores estudiados, presentados en la Tabla 10, y recordando que la celda utilizada tiene simetría espejo sobre la diagonal, para el caso del Np-237 la posición más conveniente es la varilla 45, es decir donde se puede colocar un porcentaje mayor dentro de la celda de combustible, de este material. El Am-241, tiene su máximo en la varilla 34, cerca de la diagonal, un resultado similar se obtuvo para el máximo del Am-243, en la varilla 8; para el Cm-244, tiene su máximo en la varilla de la esquina número 54. Por lo que, derivado de este estudio, podemos decir que para el Np y Cm las posiciones más convenientes son las esquinas (varillas 45 y 54), y para el Am son las varillas 8 y 34, las cuales están cercanas a la diagonal. Además de que se puede considerar la opción de colocar los materiales por separado y no en conjunto, como se propone en la celda de referencia. Es decir, varillas de combustibles con un solo actínido menor, colocado de manera selectiva, respaldado por lo mostrado en este estudio.

TABLA 10  
CONCENTRACIONES DE ACTÍNIDOS MENORES EN LA CELDA DE COMBUSTIBLE

Celda c/Act en	Np237 (%)	Am241 (%)	Am243 (%)	Cm244 (%)
v00	4.24790	0.48093	0.86530	0.31429
v05	4.78935	0.48773	1.80678	0.64698
v08	2.77504	0.22305	2.16325	0.31429
v26	2.44181	0.24226	1.43785	0.78574
v34	5.30840	0.55782	1.73038	0.60348
v45	5.30840	0.32862	2.13376	0.31429
v54	2.12336	0.22305	0.86530	0.78574
<b>min</b>	<b>2.12336</b>	<b>0.22305</b>	<b>0.86530</b>	<b>0.31429</b>
<b>MAX</b>	<b>5.30840</b>	<b>0.55782</b>	<b>2.16325</b>	<b>0.78574</b>

24

## V. CONCLUSIONES

Se presentó una aproximación de solución al diseño neutrónico de celdas con arreglo típico de 10x10 de varillas de combustible de un reactor de agua en ebullición. El diseño incorpora un vector de actínidos menores formado por Np-237, Am-241, Am-243 y Cm-244, en una de las varillas de combustible. Con el propósito de conocer con antelación cuales posiciones dentro del arreglo 10x10 contendrían un vector de actínidos menores, se realizó, por una parte, la estimación del contenido de éstos en el combustible gastado utilizado en la operación de un reactor de agua en ebullición mediante el código ORIGEN-S, por otra parte, se evaluó el impacto de su presencia en los parámetros de una celda de combustible representativa. Se identificaron siete posiciones en el arreglo 10x10 para añadir un vector de actínidos. Los parámetros de las celdas de combustible utilizados en el diseño fueron el enriquecimiento promedio en U-235 (w/o), el contenido de trióxido de gadolinio (w/o), el factor de multiplicación de neutrones, el factor de pico de potencia local, y el vector de actínidos menores. Cada uno de estos parámetros se determinó mediante la aplicación de un algoritmo evolutivo tipo ED, evolución diferencial. Se generaron siete celdas de combustible y se mostró un caso representativo de éstos. Con el propósito de ampliar el alcance de los resultados mostrados, es necesario realizar estudios de simulación 3D del reactor para conocer el desempeño de los diseños de celdas de combustible obtenidos en el presente trabajo.

### **CRedit** (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: **EMC**; Metodología: **JLMT**; Software: **JLMT**, **EMC**; Investigación: **EMC**, **JLMT**; Redacción y preparación del borrador original: **EMC**; Redacción, revisión y edición: **JLMT**, **JRRS**; Supervisión: **JRRS**; Análisis formal: **JLMT**, **EMC**, **JRRS**; Administración del proyecto: **EMC**, **JLMT**; Adquisición de fondos: **JLMT**.

**Financiamiento:** Los autores declaran, que este trabajo fue desarrollado en el Departamento de Sistemas Nucleares del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen al Departamento de Sistemas Nucleares del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ), por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo. Se agradece a los revisores, por su invaluable aportación en la culminación del presente trabajo.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] International Atomic Energy Agency, *Advances in Applications of Burnup Credit to Enhance Spent Fuel Transportation, Storage, Reprocessing and Disposition*, IAEA-TECDOC-1547, Vienna, Austria, 2005.
- [2] International Atomic Energy Agency, *Advanced Reactor Technology Options for Utilization and Transmutation of Actinides in Spent Nuclear Fuel*, IAEA-TECDOC-1626, Vienna, Austria, 2009.
- [3] International Atomic Energy Agency, *Status of Minor Actinide Fuel Development*, IAEA No. NF-T-4.6, Vienna, 2009.
- [4] D. Westlén, “Why Faster is Better - On Minor Actinide Transmutation in Hard Neutron Spectra,” Ph.D. thesis, School of Engineering Sciences, Physics, KTH engineering science, Stockholm, Sweden, 2007. Available: <http://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:11605/FULLTEXT01.pdf>
- [5] J. L. Francois, C. Martín-del-Campo, R. Francois, L. B. Morales, “A practical optimization procedure for radial BWR fuel lattice design using tabu search with a multiobjective function”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 30, no. 12, pp. 1213-1229, August 2003, doi: [https://doi.org/10.1016/S0306-4549\(03\)00055-0](https://doi.org/10.1016/S0306-4549(03)00055-0)
- [6] J.-L. Montes-Tadeo, R. Perusquía-del-Cueto, D. A. Pelta, J.-L. François, J.-J. Ortiz-Servin, C. Martín-del-Campo, A. Castillo, “A hybrid system for optimizing enrichment and gadolinia distributions in BWR fuel lattices”, *Progress in Nuclear Energy*, vol. 119, pp. 103-172, January 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2019.103172>
- [7] C., Martín-del-Campo, J. L., Francois, R., Carmona., I. P. Oropeza., “Optimization of BWR fuel lattice enrichment and gadolinia distribution using genetic algorithms and knowledge”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 34, no. 4, pp. 248-253, April 2007, doi: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2006.12.008>
- [8] W. F. Sacco, N. Henderson, A.C. Rios-Coelho, M. M. Ali, C. Pereira, “Differential evolution algorithms applied to nuclear reactor core design”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 36, no. 8, pp. 1093-1099, 2009, <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2009.05.007>
- [9] E. Zio, G. Viadana, “Optimization of the inspection intervals of a safety system in a nuclear power plant by Multi-Objective Differential Evolution (MODE)”, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 96, no. 11, pp. 1552-1563, 2011, <https://doi.org/10.1016/j.res.2011.06.010>
- [10] T. Hielscher, S. A. Hadigheh, “Optimizing Memory-Efficient Multimodal Networks for Image Classification using Differential Evolution”, *Applied Soft Computing*, vol. 171, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2025.112714>
- [11] R. Zhong, A. G. Hussien, S. Zhang, Y. Xu, J. Yu, “Space mission trajectory optimization via competitive differential evolution with independent success history adaptation”, *Applied Soft Computing*, vol. 171, 2025, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2025.112777>
- [12] E. Martínez Caballero, “Análisis de la reducción de radiotoxicidad basado en el reciclado de actínidos”, tesis de doctorado, física y matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México, 2015.
- [13] E. Martínez, J. R. Ramirez, G. Alonso, “Actinides recycling assessment in a thermal reactor”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 79, pp. 51-60, May 2015, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.anucene.2015.01.014>
- [14] J. R. Ramirez, G. Alonso, E. Martinez, R. Castillo, J. C. Palacios, “Analysis of actinide recycling in a Boiling Water Reactor using CASMO-4/SIMULATE-3”, *Progress in Nuclear Energy*, vol. 89, pp. 26-38, May 2016, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.pnucene.2016.02.003>
- [15] E. Martínez C., J. L. Montes-Tadeo, “Estudio del Contenido de Actínidos Menores en Celdas de Combustible BWR”, *34 Congreso Anual de la Sociedad Nuclear Mexicana. Reactores Modulares Pequeños, una nueva perspectiva para la Energía Nuclear en México*, La Paz, Baja California Sur, México, agosto, 2023.
- [16] Storn, R., Price, K., “Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces”, *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no.4, pp.341-359, December 1997, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- [17] I. C. Gauld, O. W. Hermann, R. M. Westfall, *ORIGEN-S: SCALE System Module to Calculate Fuel Depletion, Actinide Transmutation, Fission Product Buildup and Decay, and Associated Radiation Source Terms*, Nuclear Sci. & Tech. Div., ORNL/TM-2005/39, ver. 6, vol. II, Sect. F7, Oak Ridge National Laboratory, USA, January, 2009.
- [18] L. M. Petrie, N. F. Landers, D. F. Hollenbach, B. T. Rearden, M. E. Dunn, S. Goluoglu, *KENO V.a: An Improved Monte Carlo Criticality Program*, Nuclear Sci. & Tech. Div., ORNL/TM-2005/39, ver. 6, vol. II, Sect. F11, Oak Ridge National Laboratory, USA, January 2009.
- [19] Nuclear Energy Agency, *Actinide and fission product partitioning and transmutation*, Tenth Information Exchange Meeting, ISBN 978-92-64-99097-5, Organisation for Economic Co-operation and Development, Mito, Japan, 2008.
- [20] J. Rhodes, M. Edenius, *CASMO-4. A Fuel Assembly Burnup Program. User's Manual*. SSP-01/400 Rev 4. StudsvikScandpower, 2004.
- [21] J. L. Montes, J. L. François, J. J. Ortiz, C. Martín-del-Campo, R. Perusquía, “Fuel lattice design in a boiling water reactor using an ant-colony-based system”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 38, no. 6, pp. 1327-1338, ISSN 0306-4549, 2011, doi: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2011.02.001>
- [22] D. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Learning Machine*, MA, USA: Addison-Wesley, 1989.