

Optimización del mecanismo de elevación de una cama robótica hospitalaria

Optimization of a lift mechanism for a hospital robotic bed

Ixhel Jhoselyn **Foster-Vázquez**¹, Rogelio de Jesús **Portillo-Vélez**², Eduardo Filemón **Vázquez-Santacruz**³

¹Universidad Autónoma del Carmen, MÉXICO
<https://orcid.org/0000-0002-0735-9003> | ixshell@gmail.com

²Universidad Veracruzana, MÉXICO
<https://orcid.org/0000-0001-8290-617X> | rportillo@uv.mx

³Universidad Autónoma Metropolitana, MÉXICO
<https://orcid.org/0000-0002-7493-4450> | evazquez.santacruz@izt.uam.mx

Recibido 21-05-2021, aceptado 23-06-2021.

Resumen

El CamaBot es una cama de hospital robótica compuesta por cuatro mecanismos básicos (soporte del colchón, mecanismo de giro, respaldo y mecanismo de elevación). El mecanismo de elevación consta de dos sistemas de deslizamiento de manivela (MC) que juntos forman un sistema cinemático de seis barras. El problema que existe en el mecanismo de elevación es que debido a la fuerza que ejercen los actuadores sobre las correderas, los apoyos y juntas del mecanismo de elevación, el mecanismo presenta fallas mecánicas por desgarro en las uniones soldadas. Para resolver la problemática presentada en este artículo, se usó una técnica de optimización numérica basada en algoritmos genéticos utilizando el Matlab® Genetic Algorithm ToolBox, para optimizar la geometría del mecanismo de elevación de CamaBot, minimizando la fuerza ejercida por los actuadores para solucionar el problema de desgarro en las uniones soldadas.

Palabras clave: Optimización numérica, algoritmos genéticos, mecanismos, actuadores.

Abstract

CamaBot is a robotic hospital bed composed of four basic mechanisms (mattress support, panning mechanism, bed base and lifting mechanism). The lifting mechanism consists of two crank-sliding (CS) systems that together form a six-bar kinematic system. The problem that exists in the lifting mechanism is that due to the force exerted by the actuators on the slides, the supports and joints of the lifting mechanism presented mechanical failures due to tearing in welded joints. Currently, CamaBot is in operation from a redesign carried out at that stage. To solve the problematic presented in this article, we have applied a numerical optimization technique based on genetic algorithms using the Matlab® Genetic Algorithm ToolBox, to optimize the geometry of the CamaBot lifting mechanism by minimizing the force exerted by the actuators, aiming at solving the tearing problem at the welded joints.

Index terms: Numerical optimization, genetic algorithms, mechanisms, actuators.

I. INTRODUCCIÓN

El problema de movilidad en personas de edad avanzada y personas con discapacidad motriz implica soluciones utilizando dispositivos con un grado de inteligencia en asistencia para que el paciente logre un movimiento autónomo sin complicación; por ejemplo, sin que el paciente haga esfuerzo excesivo o movimientos innecesarios.

La CamaBot es una cama hospitalaria y es un dispositivo inteligente basado en la robótica para el cuidado de la salud de pacientes. Consiste en un sistema mecatrónico y de monitoreo de movimientos automáticos de una cama robótica de hospital, que se apoya de la clasificación de posturas mediante el reconocimiento de patrones. La cama soporta un peso máximo de 300 kg [1].

En la actualidad el dispositivo se encuentra funcional de manera parcial para realizar pruebas operacionales en el Hospital Juárez de México. Sin embargo, fue necesario un rediseño en el mecanismo de elevación dado que en las uniones y en los soportes de los actuadores se presentó una falla mecánica por desgarro (véase Figs. 3 y 5), debido a la fuerza que ejercen estos mismos. La fuerza que ejercen los actuadores en el mecanismo de elevación se distribuye en los diversas articulaciones y puntos de apoyo del mecanismo, como se muestra en la sección III. Por esta razón, se asume que, al minimizar la fuerza requerida por los actuadores, implícitamente se están minimizando las fuerzas de reacción del mecanismo y por tanto los esfuerzos producidos en las uniones soldadas, sin considerar un cambio de sección transversal del elemento mecánico, también se minimiza. De esta observación se plantea usar *algoritmos genéticos* (AG) para minimizar la fuerza ejercida por los actuadores en las uniones del mecanismo de elevación, por medio de la selección de las dimensiones óptimas de sus eslabones, por lo tanto, es necesario plantear un problema de optimización.

Los conceptos básicos relacionados con la optimización matemática fueron establecidos en los siglos XVIII y XIX con los trabajos de Lagrange [2] y Euler [3] respectivamente, pero no fue hasta el siglo XX que Dantzing [4] definió los principios de la programación matemática; estos métodos clásicos y entre otros no mencionados inicialmente fueron utilizados para la optimización de estructuras, como en [5], Pauli Pedersen, propuso una solución al problema del diseño de masa mínima de armazones de usos múltiples utilizando un método de gradiente con límites de movimiento. Reinschmidt *et al.* aplicaron técnicas de programación lineal para encontrar diseños de armaduras con pesos mínimos para satisfacer condiciones de estabilidad [6]. También, Lipson y Gwin [7] aplicaron el método simplex para la optimización al diseño de peso mínimo de las estructuras de armazón tridimensional. Los métodos de optimización clásica han sido remplazados por un conjunto de técnicas metaheurísticas, entre ellas se encuentran los algoritmos genéticos. Los AG son técnicas de solución de problemas de optimización utilizados en diversas áreas como en informática, medicina, ingeniería, entre otras, para resolver problemas de búsqueda y optimización. En esta última área se aplica AG para encontrar diseños óptimos en estructuras mecánicas como en [8], Jenkins demostró el éxito de utilizar técnicas de optimización con algoritmos genéticos para obtener una masa óptima. Annicchiarico y Cerrolaza [9] aplicaron técnicas de optimización basadas en algoritmos genéticos para estructuras bidimensionales de elementos finitos, sujeto a restricciones de tensión, desplazamiento y pandeo. También Coello y Christiansen [10] propusieron el uso de algoritmos genéticos como una herramienta para resolver problemas de optimización multiobjetivo en estructuras mecánicas usando el concepto de mínimo y máximo. El problema de síntesis de mecanismos con algoritmos genéticos está siendo estudiado recientemente [11], incluso con aplicaciones a la rehabilitación de [12]. En este trabajo se plantea el problema de diseño del mecanismo de elevación de la CamaBot como un problema de optimización numérica utilizando AG para minimizar las fuerzas ejercidas por los actuadores.

En este trabajo se desarrolla como sigue. En la sección 2, se presenta una descripción en general del mecanismo de elevación y la problemática actual. En la sección 3 se introduce al problema de síntesis del mecanismo de elevación, se obtiene la cinemática del mecanismo y en la sección 4 se muestra el cálculo de las fuerzas en los actuadores. En la sección 5, se ofrece una breve explicación de un algoritmo genético y de las partes que lo conforman. En la sección 6, se plantea el problema de síntesis como un problema de optimización numérica (estrategia de optimización). En la sección 7, se describe la metodología utilizada en este trabajo, y en la sección 8 se presentan los resultados. En la sección 9 se presentan las conclusiones del trabajo y, finalmente, se muestran las referencias.

II. MECANISMO DE ELEVACIÓN

El mecanismo de elevación consta de dos mecanismos manivela-corredera (MC) acoplados a un mecanismo de seis barras que permite el desplazamiento vertical y longitudinal de la sección, este se muestra en la Fig. 1.

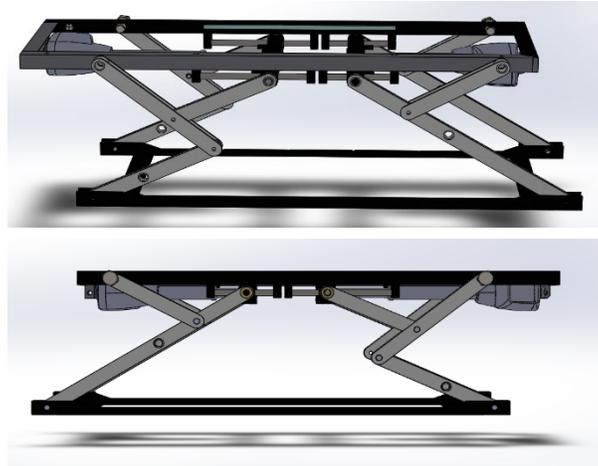


Fig. 1. Mecanismo de elevación.

A. Problema del mecanismo de elevación

La CamaBot es un dispositivo mecatrónico integrado por diferentes partes mecánicas con la finalidad de brindar asistencia a personas con problemas motrices. En la etapa de pruebas y manufactura; la sección del mecanismo de elevación presentó una falla mecánica por desgarre en las uniones y soporte de los actuadores, esta falla fue debido a la fuerza ejercida por estos mismos. En la Fig. 2 se muestra el armado del mecanismo de elevación, en la Fig. 3 una parte de uno de los dos mecanismos manivela corredera, y en la Fig. 4 se presenta un acercamiento de las uniones.



Fig. 2. Armado del mecanismo de elevación.



Fig. 3. Acercamiento de las uniones de los eslabones del mecanismo de elevación.



Fig. 4. Acercamiento de las uniones de los eslabones del mecanismo de elevación.

En la Fig. 5 se presenta el soporte de la corredera, esta parte se acopla con los actuadores y en la Fig. 6 se observan como parte del armado final de la sección de elevación.



Fig. 5. Soporte de la corredera del mecanismo de elevación.

III. SÍNTESIS DE MECANISMOS

A continuación, se brinda una breve explicación del problema de síntesis de mecanismos, [13], [14]. El término síntesis en mecánica, se refiere al diseño o creación de un mecanismo para obtener un movimiento deseado. La síntesis o el problema de síntesis se divide en tres partes, síntesis de tipo, síntesis de número y síntesis dimensional. La síntesis de tipo se refiere a la clase de mecanismo seleccionado, por ejemplo, un sistema de levas, bandas, poleas o mecanismos planares. La síntesis de número se ocupa del número de eslabones y de articulaciones o pares que se requieren para obtener una movilidad determinada. La síntesis dimensional es la encargada de determinar las dimensiones de los eslabones de forma individual. El problema de síntesis dimensional se subdivide en 3 categorías: generación de funciones, guiado de sólidos y generación de trayectoria.

En la categoría de generación de funciones, se trata de que un elemento de salida gire, oscile, o tenga un movimiento alternativo, según una función del tiempo, o bien, una función del movimiento de entrada especificada. La categoría de guiado de sólidos reside en mover un objeto de una posición a otra. Por último, en la categoría de generación de trayectoria implica lograr que un punto del acoplador genere una trayectoria previamente establecida, [11].



Fig. 6. Armado final de la sección de elevación.

A. Problema de síntesis de mecanismo de elevación

Para el problema de síntesis, se presenta en la Fig. 7 el diagrama vectorial del mecanismo de elevación que es un acoplamiento de dos mecanismos manivela corredera y un mecanismo de 6 barras (M6B), las partes que lo componen son: para los mecanismos MC, \bar{r}_{11} y \bar{r}_{12} son los eslabones de referencia, θ_{11} , θ_{12} son sus respectivos ángulos, \bar{r}_{21} y \bar{r}_{22} son los eslabones de la manivela, θ_{21} , θ_{22} son sus respectivos ángulos, \bar{r}_{31} y \bar{r}_{32} son los eslabones del acoplador, θ_{31} , θ_{32} son sus respectivos ángulos, por último se tienen \bar{r}_{41} y \bar{r}_{42} son los eslabones de la corredera, θ_{41} , θ_{42} son sus respectivos ángulos. Para el M6B se tienen los eslabones restantes P_a (eslabón soporte) con su respectivo ángulo θP_a , P_b (eslabón base de la cama) con su respectivo ángulo θP_b , P_c (eslabón soporte) con su respectivo ángulo θP_c , P_d (eslabón soporte) con su respectivo ángulo θP_d , y D (eslabón base del colchón) con su respectivo ángulo θ_d . Es importante mencionar que, para simplificar el análisis se invirtió el mecanismo girándolo 180 grados.

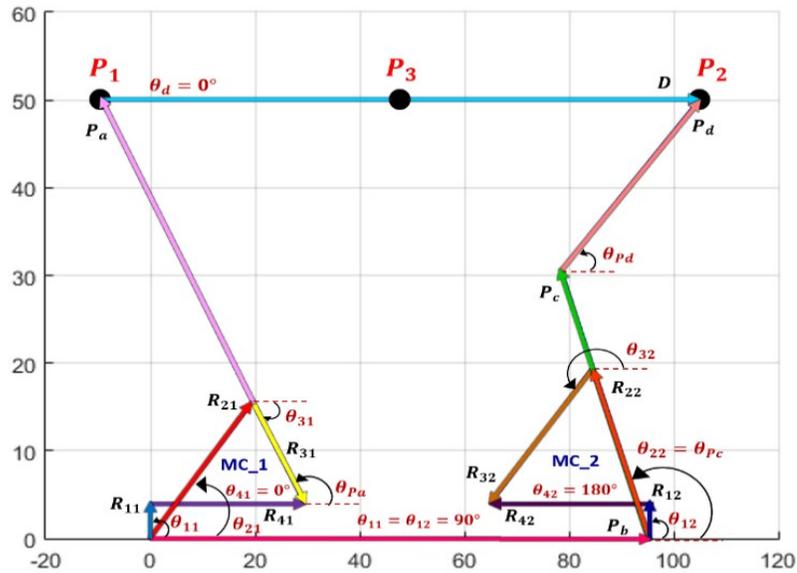


Fig. 7. Diagrama vectorial del mecanismo de elevación.

B. Modelo cinemático del mecanismo de elevación.

Para obtener el modelo cinemático del mecanismo de elevación, primero se determina el modelo cinemático del mecanismo manivela corredera 1 (MC_1) como un mecanismo independiente, se tomó como referencia el cálculo de la cinemática del MC estándar establecido en la referencia [15] pero con algunas modificaciones. Como primer paso se obtiene la ecuación de circuito cerrado descrita por la ecuación (1).

$$r_{21} + r_{31} = r_{11} + r_{41} \tag{1}$$

Aplicado la forma polar a cada uno de los elementos de la ecuación (1), se obtiene la ecuación (2):

$$r_{21}e^{j\theta_{21}} + r_{31}e^{j\theta_{31}} = r_{11}e^{j\theta_{11}} + r_{41}e^{j\theta_{41}} \tag{2}$$

Aplicando la ecuación de Euler a la ecuación (2) y separando la parte real de la imaginaria se obtiene la ecuación (3):

$$\begin{aligned} r_{21}\cos\theta_{21} + r_{31}\cos\theta_{31} &= r_{11}\cos\theta_{11} + r_{41}\cos\theta_{41} \\ r_{21}\sin\theta_{21} + r_{31}\sin\theta_{31} &= r_{11}\sin\theta_{11} + r_{41}\sin\theta_{41} \end{aligned} \tag{3}$$

Los pasos anteriores son igual al cálculo de la cinemática de un mecanismo de cuatro barras, sin embargo, para un MC el ángulo θ_{11} se sustituye por $(\theta_{41} - 90)$ ecuación (4), esta parte define la configuración del mecanismo MC, para esta parte se hace el cálculo para una configuración abierta.

$$r_{21}\cos\theta_{21} + r_{31}\cos\theta_{31} = r_{11}\cos(\theta_{41} - 90) + r_{41}\cos\theta_{41} \tag{4}$$

$$r_{21} \sin \theta_{21} + r_{31} \sin \theta_{31} = r_{11} \sin(\theta_{41} - 90) + r_{41} \sin \theta_{41}$$

Simplificando la ecuación (4) queda el sistema de ecuaciones (5):

$$r_{21} \cos \theta_{21} + r_{31} \cos \theta_{31} = r_{11} \cos(\theta_{41} - 90) + r_{41} \cos \theta_{41} \quad (5)$$

$$r_{21} \sin \theta_{21} + r_{31} \sin \theta_{31} = r_{11} \sin(\theta_{41} - 90) + r_{41} \sin \theta_{41}$$

7

Para obtener la posición angular de θ_{31} , el lado izquierdo del sistema de ecuaciones (5) debe expresarse en términos de θ_{21} , como la ecuación (6):

$$r_{21} \cos \theta_{21} = r_{11} \sin \theta_{41} + r_{41} \cos \theta_{41} - r_{31} \cos \theta_{31} \quad (6)$$

$$r_{21} \sin \theta_{21} = -r_{11} \cos \theta_{41} + r_{41} \sin \theta_{41} - r_{31} \sin \theta_{31}$$

Elevando al cuadrado y sumando sus términos de la ecuación 6, se obtiene la ecuación (7):

$$A \cos \theta_{31} + B \sin \theta_{31} + C = 0 \quad (7)$$

Donde:

$$A = -2(r_{11}r_{31} \sin \theta_{41} + r_{41}r_{31} \cos \theta_{41})$$

$$B = 2(r_{11}r_{31} \cos \theta_{41} - r_{41}r_{31} \sin \theta_{41})$$

$$C = r_{11}^2 - r_{21}^2 + r_{31}^2 + r_{41}^2$$

La ecuación (7) presenta una única incógnita θ_4 , pero es argumento de dos funciones diferentes, por lo tanto, se deben aplicar las siguientes identidades trigonométricas ecuación (8):

$$\cos \theta = \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} \quad (8)$$

$$\sin \theta = \frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}$$

Sustituyendo la ecuación (8) en la ecuación (7), se obtiene la ecuación lineal de segundo orden ecuación (9):

$$(C - A) \tan^2 \frac{\theta_{31}}{2} + 2B \tan \frac{\theta_{31}}{2} + (A + C) = 0 \quad (9)$$

Resolviendo la ecuación (9), se obtiene la posición angular de θ_{31} ecuación (10):

$$\theta_{31} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - A} \right) \quad (10)$$

Para obtener θ_{21} se debe de realizar un procedimiento similar al anterior, por lo tanto, de la ecuación (5) se obtiene la ecuación de Freudenstein en forma compacta ecuación (11).

$$D \cos \theta_{21} + E \sin \theta_{21} + F = 0 \quad (11)$$

Donde:

$$\begin{aligned} D &= -2(r_{11}r_{21} \sin \theta_{41} + r_{41}r_{21} \cos \theta_{41}) \\ E &= 2(r_{11}r_{21} \cos \theta_{41} - r_{41}r_{21} \sin \theta_{41}) \\ F &= r_{11}^2 + r_{21}^2 - r_{31}^2 + r_{41}^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, θ_{21} está dado por la ecuación (12):

$$\theta_{21} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-E \pm \sqrt{D^2 + E^2 - F^2}}{F - D} \right) \quad (12)$$

El cálculo realizado anteriormente fue para un mecanismo MC con una configuración abierta, sin embargo, la configuración que se requiere es una configuración cruzada, para lograr esta configuración véase en la Tabla 1 los signos que deben adoptar los radicales de la ecuación (10) y ecuación (12) y el eslabón r_{11} .

TABLA 1
SELECCIÓN DEL SIGNO PARA UNA CONFIGURACIÓN CRUZADA

| Configuración del mecanismo MC | r_{41} | θ_{31} | θ_{21} |
|--------------------------------|----------|-----------------|-----------------|
| Cruzada | -1 | $-\sqrt{\quad}$ | $+\sqrt{\quad}$ |

Como segunda parte del procedimiento para el cálculo de la cinemática del mecanismo de elevación se calcula el ángulo de θ_{Pa} a partir de θ_{31} , por lo tanto, se obtiene la ecuación (13):

$$\theta_{Pa} = \theta_{31} + \pi \quad (13)$$

Se define el ángulo $\theta_d = 0$, ya que, el eslabón del soporte del colchón se desea mantener siempre en esa posición.

La cinemática del mecanismo manivela corredera 2 (MC_2) se obtiene a partir de la formulación de ecuaciones que describen la posición de P_2 . Partiendo de la posición (0,0) se puede seguir diferentes caminos para llegar al punto P_2 , se describen 3 ecuaciones a continuación, ecuación (14), ecuación (15) y ecuación (16):

$$P_2 = r_{11} + r_{41} + P_a + D \quad (14)$$

$$P_2 = P_b + P_c + P_d \quad (15)$$

$$P_2 = P_b + r_{12} + r_{42} - r_{32} - r_{22} + P_c + P_d \quad (16)$$

Descomponiendo las ecuaciones anteriores por sus componentes cartesianos, obtenemos el sistema de ecuaciones (17), el sistema de ecuaciones (18) y el sistema de ecuaciones (19):

$$P_{2x} = r_{41} + P_a \cos \theta_{Pa} + D \quad (17)$$

$$P_{2y} = r_{11} + p_a \sin \theta_{Pa}$$

$$P_{2x} = P_b + P_c \cos \theta_{22} + P_d \cos \theta_{Pd} \quad (18)$$

$$P_{2y} = P_c \sin \theta_{22} + P_d \sin \theta_{Pd}$$

$$P_{2x} = P_b - r_{42} - r_{32} \cos \theta_{32} - r_{22} \cos \theta_{22} + p_c \cos \theta_{22} + P_d \cos \theta_{Pd} \quad (19)$$

$$P_{2y} = r_{12} - r_{32} \sin(\pi - \theta_{32}) - r_2 \sin \theta_{22} + P_c \sin \theta_{22} + P_d \sin \theta_{Pd}$$

Todas las partes de la ecuación (17) son conocidas a partir de la cinemática de MC_1, por lo tanto, esta ecuación será la coordenada deseada de P_2 . Utilizando cinemática inversa, el sistema de ecuaciones (17) (punto deseado), el sistema de ecuaciones (18) y el sistema de ecuaciones (19) se obtiene el modelo cinemático del MC_2 y del resto del mecanismo de elevación.

Utilizando la ecuación (18), llevando del lado izquierdo a θ_{22} ecuación (20), elevando al cuadrado y sumando sus términos se obtiene la ecuación (21).

$$P_c \cos \theta_{22} = P_{2x} - P_b - P_d \cos \theta_{Pd} \quad (20)$$

$$P_c \sin \theta_{22} = P_{2y} - P_d \sin \theta_{Pd}$$

$$G \cos \theta_{Pd} + H \sin \theta_{Pd} + I = 0 \quad (21)$$

Donde:

$$G = 2(P_b P_d - P_{2x} P_d)$$

$$H = -2P_{2y} P_d$$

$$I = P_{2x}^2 + P_{2y}^2 + P_b^2 + P_d^2 - P_c^2 - 2P_{2x} P_b$$

Por lo tanto, θ_{Pd} está dado por la ecuación (22):

$$\theta_{Pd} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-H \pm \sqrt{G^2 + H^2 - I^2}}{I - G} \right) \quad (22)$$

Tomando en cuenta el sistema de ecuaciones (18), llevado a la izquierda a θ_{Pd} y siguiendo los pasos anteriores se obtiene la ecuación (23) y ecuación (24):

$$P_d \cos \theta_{Pd} = P_{2x} - P_b - P_c \cos \theta_{22} \quad (23)$$

$$P_d \sin \theta_{Pd} = P_{2y} - P_c \sin \theta_{22}$$

$$J \cos \theta_{22} + K \sin \theta_{22} + L = 0 \quad (24)$$

Donde:

$$J = 2(P_b P_c - P_{2x} P_c)$$

$$K = -2P_{2y} P_c$$

$$L = P_{2x}^2 + P_{2y}^2 + P_b^2 + P_c^2 - P_d^2 - 2P_{2x} P_b$$

Por lo tanto, θ_{22} está dado por la ecuación (25).

$$\theta_{22} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-K \pm \sqrt{J^2 + K^2 - L^2}}{L - J} \right) \quad (25)$$

De la ecuación (19), se obtiene θ_{32} ecuación (26) de P_{2y} y r_{42} , la ecuación (27) se obtiene de P_{2x} :

$$\theta_{32} = -\sin^{-1} \left(\frac{r_{12} - P_{2y} - r_{22} \sin \theta_{22} + P_c \sin \theta_{22} + P_d \sin \theta_{Pd}}{r_{32}} \right) \quad (26)$$

$$r_{42} = P_b - P_{2x} - r_{32} \cos \theta_{32} + \cos \theta_{22} (P_c - r_{22}) + P_d \cos \theta_{Pd} \quad (27)$$

IV. CÁLCULO DE FUERZAS

El objetivo de este trabajo es la minimización del cálculo de las fuerzas ejercidas por los actuadores por medio de la selección óptima de la longitud de sus eslabones. Para determinar las fuerzas ejercidas en los actuadores, es necesario realizar un diagrama de cuerpo libre con las fuerzas internas y externas del mecanismo (véase Fig. 8). En este caso se considera que la fuerza ejercida por el peso del paciente es W y se encuentra aplicada al centro del eslabón horizontal de la cama, en el punto P_3 de la Fig. 7.

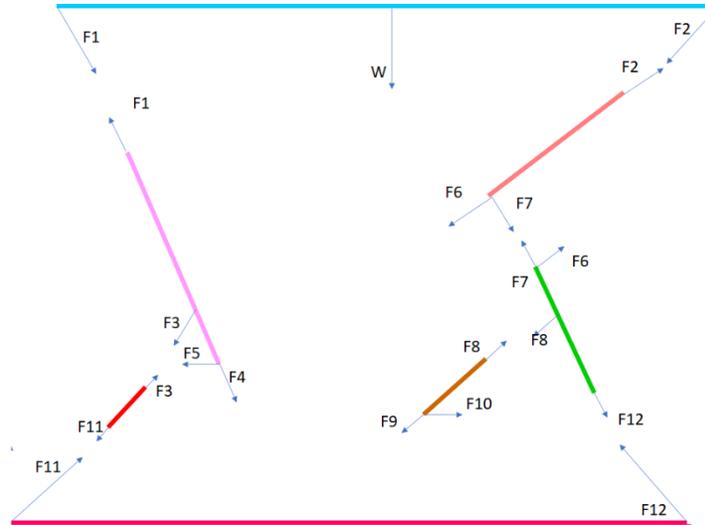


Fig. 8. Diagrama de cuerpo libre del mecanismo de elevación.

La cinemática del mecanismo en general influye en el cálculo de las fuerzas en r_{41} y r_{42} . Al considerar las fuerzas mostradas en la Fig. 8 bajo la condición de equilibrio, se puede plantear el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix}
 A & B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 C & D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 E & 0 & F & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 G & 0 & H & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & I & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K & L & M & 0 & 0 & N & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N & O & Q & 0 & 0 & R & 0 \\
 0 & K & 0 & 0 & 0 & B & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & O & 0 & 0 & 0 & D & R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & H & R & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 F_1 \\
 F_2 \\
 F_3 \\
 F_4 \\
 F_5 \\
 F_6 \\
 F_7 \\
 F_8 \\
 F_9 \\
 F_{10} \\
 F_{11} \\
 F_{12}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 W \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 W \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 A &= \cos \theta_{pa} \\
 B &= \cos \theta_{pd} \\
 C &= \sin \theta_{pa} \\
 D &= \sin \theta_{pd} \\
 E &= \cos(\theta_{pa} + \pi) \\
 F &= \cos \theta_{21} \\
 G &= \sin(\theta_{pa} + \pi) \\
 H &= \cos \theta_{21} \\
 I &= \cos(\theta_{21} + \pi) \\
 J &= \cos \theta_{21} \\
 K &= \cos(\theta_{pd} + \pi) \\
 L &= \cos(\theta_{22} + \pi)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= \cos(\theta_{32} + \pi) \\
 N &= \cos \theta_{22} \\
 O &= \sin(\theta_{pd} + \pi) \\
 P &= \sin(\theta_{22} + \pi) \\
 Q &= \sin(\theta_{32} + \pi) \\
 R &= \sin \theta_{22} \\
 S &= \cos \theta_{32} \\
 T &= \sin \theta_{32}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, las ecuaciones que se obtienen son: para la fuerza en el primer actuador es F_5 dada por la ecuación (29) y la ecuación (30) para la fuerza F_{17} en el segundo actuador.

$$F_5 = - \frac{W(\cos \theta_{pa} \cos \theta_{pd} - \cos \theta_{21} \cos \theta_{pd} \cos \theta_{pa} + \cos \theta_{pa} \cos \theta_{pd} \sin \theta_{21})}{(\cos \theta_{pa} \sin \theta_{pd} - \cos \theta_{pd} \sin \theta_{pa} + \cos \theta_{pa} \sin \theta_{21} \sin \theta_{pd} - \cos \theta_{pd} \sin \theta_{21} \sin \theta_{pa})} \quad (28)$$

$$F_{10} = - \frac{W(\cos \theta_{22} \cos \theta_{32} \cos \theta_{pa} \sin \theta_{pd} - \cos \theta_{32} \cos \theta_{pa} \cos \theta_{pd} \sin \theta_{22})}{\left(\cos \theta_{22} \cos \theta_{pa} \sin \theta_{32} \sin \theta_{pd} - \cos \theta_{22} \cos \theta_{pd} \sin \theta_{32} \sin \theta_{pa} - \cos \theta_{32} \cos \theta_{pa} \sin \theta_{22} \sin \theta_{pd} + \dots \right.} \quad (29)$$

$$\left. \dots + \cos \theta_{32} \cos \theta_{pd} \sin \theta_{22} \sin \theta_{pa} \right)$$

Donde r_{41} corresponde a la fuerza F_1 y r_{42} a la fuerza F_2 .

V. ALGORITMOS GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos (AG) son métodos estocásticos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización, están basados en la teoría de la selección natural y fueron desarrollados por John H. Holland a principios de los años sesenta [17].

Un esquema reducido del funcionamiento de un AG es el siguiente:

1. El AG comienza creando una población inicial aleatoria
2. Calcula la aptitud de cada individuo
3. Hace una selección probabilística del individuo basándose en la aptitud.
4. Aplica operadores genéticos para crear la siguiente población.
5. Se repiten los puntos 2 al 4 hasta que el AG satisfaga cierta condición.

En la Fig. 8 se presenta un diagrama de flujo del esquema reducido del funcionamiento de los AG.

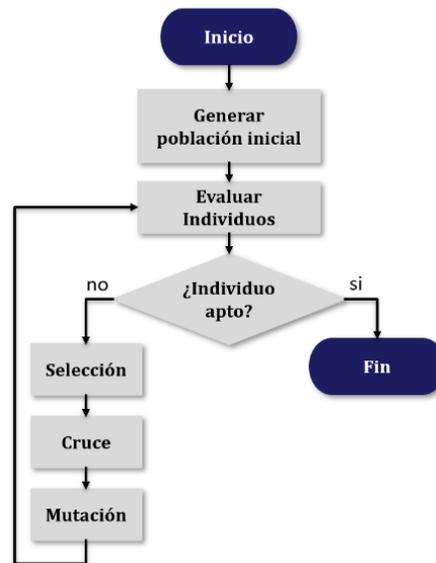


Fig. 8. Diagrama de flujo del funcionamiento de un AG.

El algoritmo genético está conformado por un conjunto P (población) de N individuos, esta población es evaluada por una serie de operadores descritos seguidamente.

Los operadores básicos de un AG son:

- Selección: La función de selección elige a los individuos (padres) para formar la próxima generación en función del valor aptitud.
- Cruce: La cruce ocurre cuando los individuos padres intercambian genes para crear un nuevo individuo (hijo).
- Mutación: La mutación se realiza después del cruce (el intercambio de genes) y es la variación de los genes del individuo de forma aleatoria.

VI. ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN

Como se ha mencionado a lo largo de este artículo el objetivo de este trabajo es minimizar las fuerzas ejercidas por los actuadores por medio de la selección óptima de sus eslabones, aunque no se plantea un problema de seguimiento de trayectoria se tomó como referencia la trayectoria producida por el punto P_1 en un desplazamiento de 21 puntos desde una altura máxima hasta una altura mínima de la cama original (CamaBot) como trayectoria deseada, las coordenadas de los 21 puntos se describen en la Tabla 2.

TABLA 2
COORDENADAS DE LA TRAYECTORIA DESEADA

| | | | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| P_{1x} | -9.277 | -10.625 | -11.827 | -12.904 | -13.873 | -14.748 | -15.538 | -16.251 | -16.893 | -17.471 | -17.988 |
| | -18.488 | -18.855 | -19.210 | -19.516 | -19.774 | -19.987 | -20.155 | -20.280 | -20.361 | -20.401 | - |
| P_{1y} | 50.000 | 47.950 | 45.900 | 43.850 | 41.800 | 39.750 | 37.700 | 35.650 | 33.600 | 31.550 | 29.500 |
| | 27.450 | 25.400 | 23.350 | 21.300 | 19.250 | 17.200 | 15.150 | 13.100 | 11.050 | 9.000 | - |

El problema de síntesis de la CamaBot se establece como un problema de optimización numérica [16], en donde la función objetivo, las variables de diseño y las restricciones son detalladas seguidamente.

A. Función objetivo

Se establece como función objetivo la ecuación (30), donde $x_{sis}(i)$, $Y_{sis}(i)$ son las coordenadas x , y de la trayectoria del sistema, $(P_{1x}(i), P_{1y}(i))$, son las coordenadas de la trayectoria del punto P de la CamaBot (trayectoria de referencia), N es la última posición de la cama y e es el error cuadrático.

$$e = \sum_{i=1}^{N=21} \left[(x_{sis}(i) - P_{1x}(i))^2 + (Y_{sis}(i) - P_{1y}(i))^2 \right] \quad (30)$$

B. Vector de variable de diseño

Se establece el vector de diseño x_c , donde las variables de diseño $r_{11}, r_{21}, r_{31}, r_{12}, r_{22}, r_{32}, P_a, P_c, P_d$, son longitudes de los eslabones del mecanismo de elevación y r_{41_min} es un valor arbitrario para la configuración de r_{41} .

$$x_c = [r_{11}, r_{21}, r_{31}, r_{12}, r_{22}, r_{32}, P_a, P_c, P_d, r_{41_min}] \quad (32)$$

C. Restricciones

Se establece como restricciones de desigualdad las siguientes ecuaciones. Ecuación (32), Ecuación (33) y Ecuación (34):

$$P_{1y} \leq 10 \quad (33)$$

$$F_5 \leq 11000 \quad (34)$$

$$F_{10} \leq 11000 \quad (35)$$

Donde la ecuación (32) es una restricción para que no exceda la altura mínima de la CamaBot, la ecuación (33) y (34) son las restricciones para el límite de las fuerzas de r_{41} y r_{42} , donde no debe exceder de 11000 N.

D. Problema de optimización general

Un problema de optimización general se puede escribir como [16]:

$$\min \text{ o } \max f(x) \quad (36)$$

Sujeto a:

$$g(x) \leq 0 \quad \in \mathbb{R}^m \quad (37)$$

$$h(x) = 0 \quad \in \mathbb{R}^k \quad (38)$$

$$x_{min} < x < x_{max} \quad \in \mathbb{R}^p \quad (39)$$

Donde:

x es un vector de diseño n-dimensional.

$f(x)$ es la función objetivo.

$g(x)$ son las restricciones de desigualdad.

$h(x)$ son las restricciones de igualdad.

1) *Problema de optimización del mecanismo de elevación*

Sea el problema de optimización numérica descrito por la ecuación (39), donde se minimiza la ecuación (30) (función objetivo).

$$\min f(x_c) = \sum_{i=1}^{N=21} \left[(x_{sis}(i) - P_{1x}(i))^2 + (Y_{sis}(i) - P_{1y}(i))^2 \right] \quad (40)$$

Sujeto a:

$$g_1: -P_{1y} + 10 \leq 0 \quad (41)$$

$$g_2: F_1 - 11000 \leq 0 \quad (42)$$

$$g_2: F_1 - 11000 \leq 0 \quad (43)$$

Con

$$x_{c\min} < x_c < x_{c\max} \quad (44)$$

TABLA 3
LÍMITES DE LAS VARIABLES DE DISEÑO.

| | r_{11} | r_{21} | r_{31} | r_{12} | r_{22} | r_{32} | P_a | P_c | P_d | $r_{4\min}$ |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------------|
| $x_{c\max}$ | 5 | 30 | 20 | 5 | 30 | 25 | 70 | 40 | 30 | 35 |
| $x_{c\min}$ | 3 | 20 | 10 | 3 | 20 | 20 | 50 | 30 | 25 | 15 |

VII. METODOLOGÍA A DESARROLLAR

La metodología que se utilizó para resolver el problema de síntesis dimensional para minimizar las fuerzas ejercidas por los actuadores se describe a continuación:

1. Determinar la cinemática del mecanismo de elevación:
 - a. Calcular la cinemática del MC_1.
 - b. Calcular el punto deseado P_2 con base en la cinemática calculada para MC_1.
 - c. Calcular la cinemática del mecanismo MC_2 por cinemática inversa.
2. Hacer el análisis de fuerzas para el cálculo de las fuerzas ejercidas por los actuadores.
3. Establecer la estrategia de optimización.

4. Definir las partes matemáticas que conforman la estrategia de optimización:
 - a. Función objetivo.
 - b. Vector de variables de diseño.
 - c. Restricciones.
5. Definir el problema de optimización.
6. Hacer el código utilizando AG.
7. Comparar los resultados con los valores anteriores de la CamaBot.
8. Regresar a alguno de los puntos si es necesario.

16

En la Fig. 9, se presenta el diagrama de flujo de los pasos presentados anteriormente.

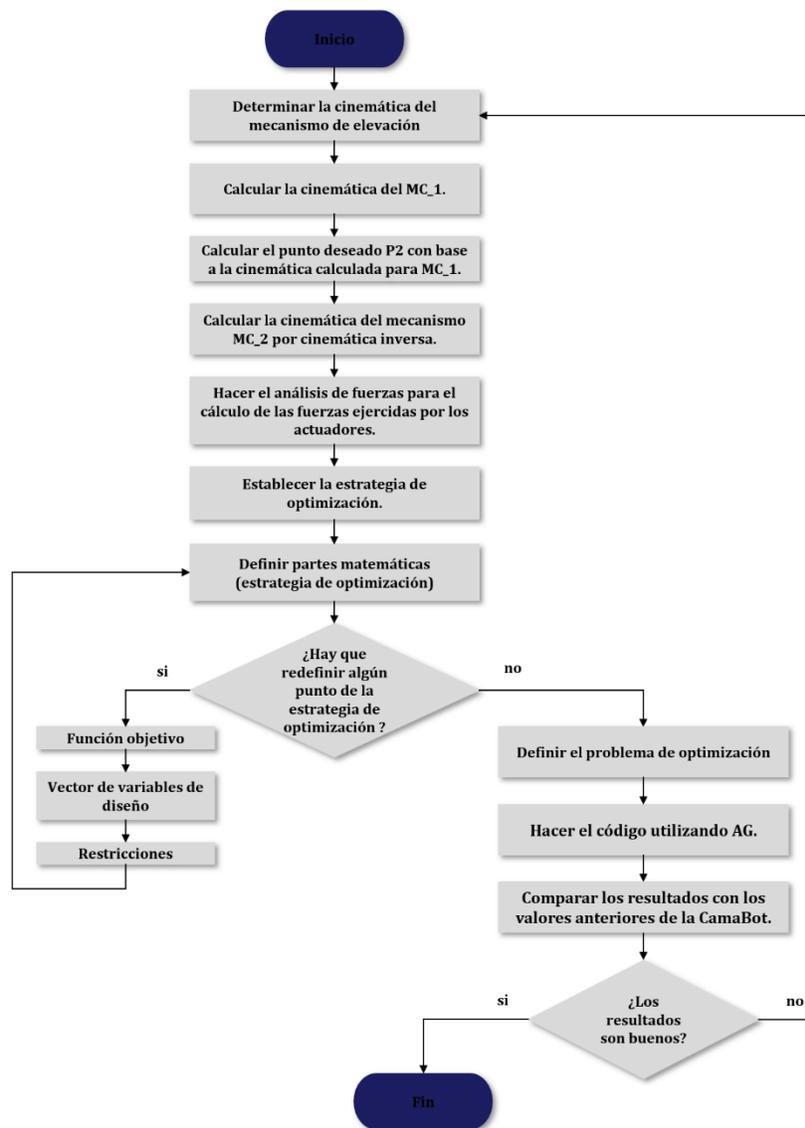


Fig. 9. Diagrama de flujo de la metodología desarrollada.

VIII. RESULTADOS

Se realizaron un total de 10 corridas, los valores del vector de diseño, las fuerzas de los actuadores y el resultado del error se encuentran en la Tabla 4.

En la Tabla 5 se muestran los valores actuales de la CamaBot y las fuerzas aplicadas en los actuadores en la posición 21 (posición mínima de la cama).

En la Tabla 4 se muestra con rojo el mejor valor según el resultado de las fuerzas y no en cuanto al resultado del error.

En la Fig. 10, se muestra el diagrama de la CamaBot actual con sus 21 posiciones. En la Fig. 11, se muestra el diagrama de la cama de la corrida 5.

17

TABLA 4
RESULTADOS OBTENIDOS EN EL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN.

| # de corrida | r_{11} | r_{21} | r_{31} | r_{12} | r_{22} | r_{32} | P_a | P_c | P_d | $r_{4\ min}$ | F_5 | F_{10} | error |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|--------------|-----------|----------|----------|
| 1 | 4.7938 | 22.3546 | 18.5008 | 3.0062 | 29.9999 | 20.0026 | 57.1296 | 31.9721 | 29.8835 | 28.5130 | 10999.752 | 7999.983 | 878.2505 |
| 2 | 3.3192 | 21.1739 | 18.7201 | 3.0029 | 29.9999 | 20.0566 | 57.6050 | 32.6645 | 29.9357 | 27.8022 | 10999.798 | 7999.599 | 836.4086 |
| 3 | 3.8292 | 20.6195 | 17.7509 | 3.0329 | 29.9994 | 20.0366 | 54.8557 | 30.6694 | 29.1502 | 26.3653 | 10999.083 | 7999.664 | 814.8621 |
| 4 | 3.9525 | 20.2502 | 17.7719 | 3.0040 | 29.9996 | 20.0111 | 55.7787 | 32.6342 | 29.6832 | 25.8066 | 10999.418 | 7996.680 | 847.5612 |
| 5 | 3.5361 | 20.2406 | 18.1832 | 3.0017 | 29.9975 | 20.0029 | 56.1547 | 32.6884 | 29.9763 | 26.2814 | 10970.024 | 7993.098 | 844.9389 |
| 6 | 4.7979 | 21.7429 | 18.1365 | 3.0010 | 30.0000 | 20.0072 | 56.5299 | 31.9140 | 29.4846 | 27.5342 | 10999.991 | 7999.949 | 859.6657 |
| 7 | 3.9166 | 20.0930 | 17.3988 | 3.0206 | 30.0000 | 20.0084 | 55.0800 | 32.6845 | 29.9982 | 25.2980 | 10997.550 | 7994.223 | 833.6928 |
| 8 | 4.6918 | 20.4549 | 16.9870 | 3.0007 | 29.9997 | 20.0237 | 54.3943 | 32.1017 | 29.6268 | 25.1174 | 10999.407 | 7999.898 | 838.6987 |
| 9 | 4.5249 | 20.9178 | 17.8960 | 3.0085 | 29.9999 | 20.0028 | 55.9787 | 32.6230 | 29.9043 | 26.4577 | 10999.113 | 7999.878 | 869.3413 |
| 10 | 3.2065 | 21.0076 | 18.5565 | 3.0017 | 29.9998 | 20.0092 | 56.8052 | 31.7016 | 29.5851 | 27.5867 | 10999.809 | 7999.952 | 808.8039 |

TABLA 5
VALORES ACTUALES DEL CAMABOT.

| r_{11} | r_{21} | r_{31} | r_{12} | r_{22} | r_{32} | P_a | P_c | P_d | $r_{4\ min}$ | F_5 | F_{10} |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|-------|--------|--------------|-------|----------|
| 4 | 25 | 15.021 | 4 | 22.5 | 25.013 | 60.010 | 35 | 32.502 | 29.2613 | 26667 | 11549 |

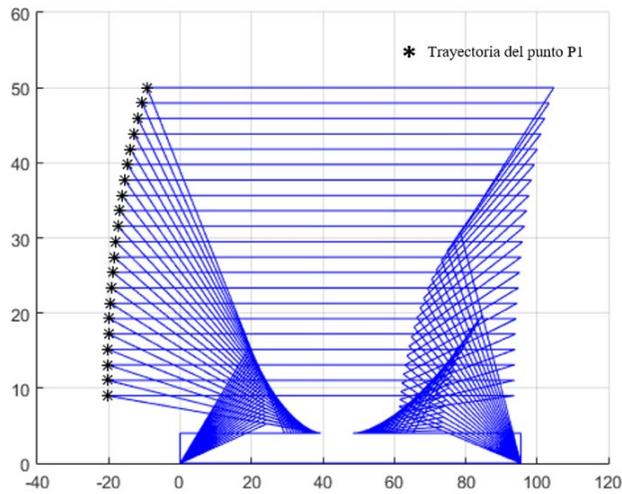


Fig. 10. Diagrama de movimiento de la CamaBot actual.

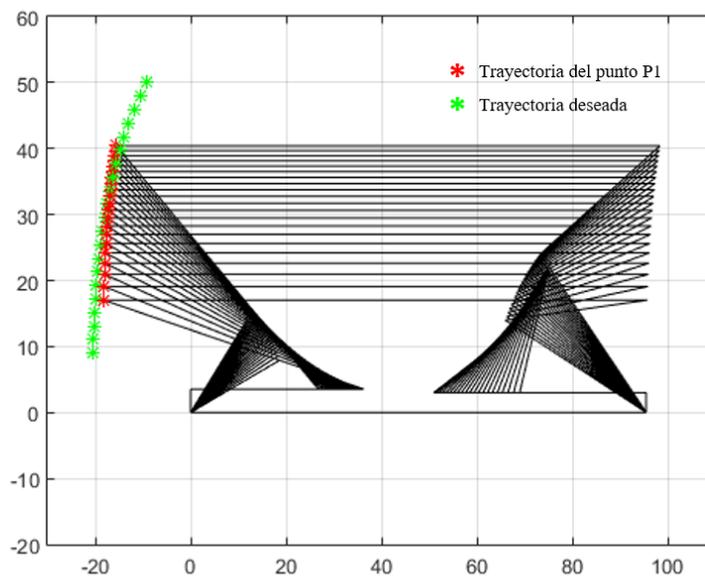


Fig. 11. Diagrama de la corrida de la cama 5.

IX. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta los resultados de la minimización de las fuerzas del mecanismo de elevación de la CamaBot. Aunque se propone la trayectoria de la cama actual como referencia para la nueva cama, el enfoque del trabajo es la minimización de las fuerzas en los actuadores. Los errores presentados en la tabla 4 son resultados numéricos que si bien no son cercanos a cero cumplen con los requerimientos de movimiento y

fuerza. Además, el problema se puede replantear para buscar mejores soluciones en el espacio de diseño de Camabot.

De las tablas 4 y 5 se concluye que se encontró un resultado en donde las fuerzas disminuyeron notablemente, pero no significa que exista un mejor valor. Este documento muestra algunos de los resultados del presente trabajo realizado hasta el momento, se continúa trabajando para aportar más en el contexto de la minimización de las fuerzas del problema del mecanismo de elevación.

REFERENCIAS

- [1] E. Vázquez Santacruz *et al.* (2015), "Mechatronic Approach to an Intelligent Machine: the Case of an Assistive Device," *Research in Computing Science*, 2015, vol. 100, pp. 115-127.
- [2] J. Lagrange, *Obras de Lagrange*, Gauthier-Villars, 1882.
- [3] L. Euler, "Leonhard Euler y los puentes de Königsberg," *Scientific American*, vol. 189, no. 1, 1953, pp. 66-72.
- [4] D. J. Albers, C. Reid, "An interview with George B. Dantzig: The father of linear Programming," *The college mathematics journal*, vol. 17, no. 4, 1986, pp. 292-314.
- [5] P. Pedersen, "On the optimal layout of multi-purpose trusses," *Computers & Structures*, vol. 2, no. 5-6, 1972, pp. 695-712.
- [6] K. F. Reinschmidt, A. D. Russell, "Applications of linear programming in structural layout and optimization," *Computers & Structures*, vol. 4, no. 4, 1974, pp. 855-869.
- [7] S. L. Lipson, L. B. Gwin, "The complex method applied to optimal truss configuration," *Computers & Structures*, vol. 7, no. 3, 1977, pp. 461-468.
- [8] H. Ramírez, R. Márquez, F. Echeverría, O. Santiago, *Control de Sistemas no Lineales*, México: Pearson - Prentice Hall, 2005.
- [9] W. M. Jenkis, "On the application of natural algorithms to structural design optimization," *Engineering structures*, vol. 19, no. 4, 1997, pp. 302-308.
- [10] W. Annicchiarico, M. Cerrolaza, "Optimization of finite element bidimensional models: an approach based on genetic algorithms," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 29, no. 3-4, 1998, pp. 231-257.
- [11] C. A. Coello, A. Christiansen, "Multiobjective optimization of trusses using genetic algorithms," *Computers & Structures*, vol. 75, no. 6, 2000, pp. 647-660.
- [12] A. Rodríguez-Molina, M. G. Villarreal-Cervantes, M. Aldape-Pérez, "Indirect adaptive control using the novel online hypervolume-based differential evolution for the four-bar mechanism," *Mechatronics*, vol. 69, 2020.
- [13] J. Muñoz-Reina, M. G. Villarreal-Cervantes, L. G. Corona-Ramírez. "Empirical Study of Constraint-Handling Techniques in the Optimal Synthesis of Mechanisms for Rehabilitation," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 18, 2021.
- [14] R. L. Norton, *Diseño de maquinaria: Una introducción a la síntesis y al análisis de mecanismos y maquinas*, México; McGraw-Hill 1994.
- [15] J. Shigley, J. Uicker, J. Pérez, H. C. de Contín, *Teoría de máquinas y mecanismos*, México; McGraw-Hill. 1983.
- [16] R. P. Moreno, *Análisis de mecanismos y problemas resueltos*, España: Alfaomega, 2006.
- [17] S. C. Chapra, R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, México: McGraw-Hill, 2007.